PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 14. 15. Juli 1911. Redaktionsschluß für No. 15 am 13. Juli 1911. 12. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

O. M. Corbino, Elektromagnetische Effekte, die von der Verzerrung herrühren, welche ein Feld an der Bahn der Ionen in Metallen hervorbringt. S. 561.

M. Born, Elastizitätstheorie und Relativitätsprinzip. S. 569.

M. Reinganum, Ionenbeweglichkeit in Gasen. I. S. 575.

E. Stenger, Die Gradation von Bromsilbergelatineschichten im Ultraviolett. S. 580.

W. Sorkau, Experimentelle Untersuchungen über die innere Reibung einiger organischer Flüssigkeiten im turbulenten Strömungszustande. S. 582.

A. Gockel, Messungen der durchdringenden Strahlung bei Ballonfahrten. S. 595.

J. Blessing, Über den Klang der Kirchenglocken. S. 597.

J. D. van der Waals jr., Über die Frage nach den fundamentalsten Naturgesetzen. S. 600.

E. Rosenthal, Einige Bemerkungen über das Erdbeben vom 3.—4. Januar 1911. S. 603.

P. Ludewig, Der Freiballon als Empfangsstation für drahtlose Telegraphie. S. 604.

J. Koenigsberger, u. W. J. Müller, Bemerkung zu einer Bestimmung des Molekulardurchmessers und über minimale optische wirksame Schichtdicke. S. 606.

W. v. Ignatowsky, Zur Behandlung der Bornschen Starrheitsdefinition. S. 606.

Besprechungen:

M. Leo, Die Anlauffarben. S. 607.

Tagesereignisse. S. 608.

Personalien. S. 608.

Gesuche. S. 608.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Elektromagnetische Effekte, die von der Verzerrung herrühren, welche ein Feld an der Bahn der Ionen in Metallen hervorbringt.

(Effetti elettromagnetici dovuti alla distorsione che un campo produce sulla traiettoria degli ioni nei metalli.)

Von O. M. Corbino.

I. Einleitung.

1. Bei den klassischen Vorgängen der Potentialverteilung in stromdurchflossenen Leitern (Ohmsches Gesetz), des Elektromagnetismus (Örsted-Effekt), der Elektrodynamik (Ampère-Effekt) und der elektromagnetischen Induktion (Faraday-Effekt) üben die beiden einander entgegengesetzt gerichteten Ströme positiver und negativer Ionen, die wir in der Elektronentheorie der metallischen Leitfähigkeit annehmen, Wirkungen aus, die sich nicht voneinander trennen lassen. Die beobachteten Effekte können als die Summe jener betrachtet werden, die jede der beiden Ionengattungen für sich allein hervorbringen würde, und sie sind bei einer gegebenen Gesamtstromstärke von den Teilwerten des positiven und des negativen Stromes, sowie von den Geschwindigkeiten dieser Ströme, unabhängig.

Die Annahme vom Nebeneinanderbestehen der beiden getrennten Ströme gestattet uns indessen, eine ganze Reihe von Erscheinungen vorauszusagen, die mit den vorgenannten in Zusammenhang stehen, Erscheinungen, bei denen diese beiden Ströme mit ihren Teilwerten und mit den Eigengeschwindigkeiten der beiden Ionenarten eine besondere Rolle spielen.

Von dieser Reihe elektrodynamischer Erscheinungen zweiter Art war bisher nur eine einzige bekannt, nämlich die anomale Verteilung der Linien gleichen Potentiales in einer stromdurchflossenen Metallscheibe, die in einem Magnetfelde angeordnet ist, also das Hallphänomen. Dieses Phänomen ist in der Tat ein Beweis dafür, daß die Potentialverteilung in der Scheibe nicht mehr den Gesetzen folgt, die Kirchhoff für dreidimensionale Leiter auf Grund des Ohmschen Gesetzes aufgestellt hat. Es gilt also hier nicht mehr der Satz, daß die elektrischen Niveaulinien senkrecht auf den Stromlinien stehen, während diese in der isolierten Scheibe den normalen Verlauf beibehalten, den sie bei Nichtvorhandensein des Feldes besitzen.

Die Elektronentheorie erklärt unschwer diese Abweichungen vom Ohmschen Gesetz, die ein Differentialeffekt der ungleichen Bewegungsgrößen der beiden Ströme sind, der kompliziert wird durch das gleichzeitige Vorhandensein einiger — ihrerseits gleichfalls mit der Theorie in Einklang stehender — thermischer Effekte.

Es war daher ein naturgemäßer Gedanke, von dem Kapitel des Ohmschen Gesetzes zu den übrigen Kapiteln der Elektrizitätslehre überzugehen, und zwar zum Elektromagnetismus, zu den elektrodynamischen Kräften, zur elektromagnetischen Induktion, und zu untersuchen, welche neuen Effekte zweiter Art wir auf Grund der Theorie vorhersagen und durch das Experiment nachweisen können. Das ist der Zweck der vorliegenden Arbeit. Ich beabsichtige, hier das Vorhandensein der Grunderscheinungen und ihre Abhängigkeit von einem einzigen für das Metall charakteristischen Parameter festzustellen. Diesen Parameter will ich das Differential-Ionenmoment des Metalles nennen. Es steht mit

den Drudeschen Konstanten[1]) in folgender Beziehung:

Es seien ev_1 und ev_2 die absoluten Geschwindigkeiten, welche die beiden Ionenarten unter der Einwirkung eines elektrischen Feldes von der Stärke 1 annehmen; σ sei das Leitvermögen des Metalles; $\frac{\sigma_1}{\sigma}$ und $\frac{\sigma_2}{\sigma}$ seien die Bruchteile der Gesamtstromstärke, die seitens der beiden einander entgegengesetzt gerichteten Ströme transportiert werden. Wir wollen als Moment der positiven Ionen den Ausdruck $\frac{ev_1\sigma_1}{\sigma}$ und als Moment der negativen Ionen den entsprechenden Ausdruck bezeichnen, ferner als Differential-Ionenmoment die Größe

$$E = \frac{ev_1\sigma_1}{\sigma} - \frac{ev_2\sigma_2}{\sigma}.$$

Wenn, wie es bei Elektrolyten zutrifft, die Anzahl der beweglichen positiven und negativen Ionen im Kubikzentimeter gleich wäre, so würden wir für E den einfacheren Ausdruck

$$E = e(v_1 - v_2)$$

erhalten, das heißt, E würde gleich der Differenz der Beweglichkeiten ev_1 und ev_2 der beiden Ionengattungen sein.

Den Gegenstand unserer Betrachtungen soll eine kreisförmige Metallscheibe bilden, deren Mittelpunkt und Umfang in passender Weise mit einer Quelle elektromotorischer Kraft oder mit einem Galvanometer verbunden werden können; dabei sollen alle Vorsichtsmaßregeln getroffen werden, die erforderlich sind, um die Effekte erster Art, die bei weitem erheblicher sind, zu vernichten.

II. Elektromagnetische Wirkung einer Scheibe, die von einem Strome in radialer Richtung durchflossen wird und in einem konstanten Felde angeordnet ist.

2. Nach der gewöhnlichen Theorie ist eine Scheibe, die von einem Strome in radialer Richtung durchflossen wird, in elektromagnetischer Hinsicht inaktiv, selbst dann, wenn sie in einem Felde angeordnet ist. Die Betrachtung der beiden Ionenströme wird uns indessen zu dem Schlusse führen, daß sich die Scheibe unter der Einwirkung eines normal gerichteten Feldes in eine besondere magnetische Scheibe verwandelt, die einen normal zur Scheibe verlaufenden Kraftfluß hervorruft. Diese Scheibe wird somit imstande sein, in einer sie umgebenden Spule einen induzierten Strom zu erregen in dem Augenblicke, in dem man den radialen Strom durch die Scheibe hindurchschickt.

1) Drude, Ann. d. Phys. (4) **1**, 566; **3**, 370, 1900.

Es seien r_1 und r_2 der innere und der äußere Halbmesser, von denen die Scheibe begrenzt wird; die Scheibe sei in dem normal gerichteten Felde H angeordnet; dieses Feld nun werde durch einen Strom erzeugt, der im Sinne des Uhrzeigers verläuft. Unter dem Einflusse der elektrischen Kraft F und der elektromagnetischen Wirkung werden die positiven Ionen eine Geschwindigkeit annehmen, deren radiale und zirkulare Komponente, in Polarkoordinaten ausgedrückt, durch die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} r\frac{d\vartheta}{dt} &= Hev_1\frac{dr}{dt}, \\ \frac{dr}{dt} &= ev_1 F - Hev_1 r\frac{d\vartheta}{dt} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

verbunden sein werden. Da nun das elektrische Potential eine einsinnig verlaufende Funktion ist, und da sämtliche Wirkungen symmetrisch zur Achse der Scheibe und zur Feldachse sind, so werden die Linien gleichen Potentiales auch weiterhin die Kreisform beibehalten, die sie ohne das Vorhandensein des Feldes besessen haben, und die elektrische Kraft wird somit stets radial gerichtet sein.

Setzen wir

$$Hev_1 = m_1, \quad (2)$$

so ergibt uns die erste Gleichung des Systems (1):

$$r\,d\vartheta = m_1\,dr,$$

also:

$$\vartheta = m_1 \log r + C.$$

Die Konstante C bestimmen wir, indem wir

für $\vartheta = 0$

$r = r_1$

setzen. Dann erhalten wir:

$$r = r_1 e^{\frac{\vartheta}{m_1}}, \quad (3)$$

und analog würden wir, wenn wir

$$Hev_2 = m_2 \quad (4)$$

setzten, für die negativen Ionen

$$r = r_1 e^{-\frac{\vartheta}{m_2}}$$

erhalten.

Sonach sind die Bahnen der beiden Ionenarten zwei verschiedene logarithmische Spiralen und nicht, wie es ohne Vorhandensein des Feldes der Fall ist, ein gemeinsamer Halbmesser des Kreises. Wenn der Gesamtstrom zentrifugal gerichtet ist, so wird die Spirale der positiven Ionen in entgegengesetztem Sinne durchlaufen wie der Magnetisierungsstrom.

Im allgemeinen kann man daher sagen, daß zwar die Linien gleichen Potentiales in der Scheibe unverändert bleiben, daß sich hingegen die Bahnen der beiden Ströme voneinander trennen, im Gegensatz zu der Sachlage beim

Hallschen Versuch, wenn von der Scheibe keine seitlichen Ströme abgezweigt werden. Infolgedessen braucht man auch nicht, wie beim Hallphänomen, die transversale Verdichtung der Ionen und ihre daraus sich ergebende elektrische und thermische Rückdiffusion zu berücksichtigen.

3. Nicht minder leicht gestaltet sich die theoretische Berechnung der elektromagnetischen Wirkung, welche diese verzerrten Ströme hervorrufen.

Aus offensichtlichen Symmetriegründen werden wir bei der Auswertung des Gesamtflusses durch die Scheibe, oder auch durch eine konzentrische induzierte Spule, die radiale Komponente des Stromes gänzlich unberücksichtigt lassen dürfen. Andererseits erhalten wir, wenn wir mit J_1 den gesamten Strom bezeichnen, der von den positiven Ionen getragen wird, und der mit der Gesamtstromstärke J durch die Beziehung

$$J_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma} J$$

verbunden ist:

$$J_1 = 2\pi r \varepsilon N_1 e \frac{dr}{dt},$$

wo ε die Dicke der Scheibe bezeichnet. Folglich ist

$$\frac{dr}{dt} = \frac{J_1}{2\pi r \varepsilon N_1 e},$$

so daß nach System (1) die Stromdichte des zirkulären Stromes

$$N_1 e r \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{m_1 J_1}{2\pi r \varepsilon}$$

sein wird, während wir den gesamten zirkularen Strom, welcher halben Weges quer durch den Durchmesser der Scheibe hindurchgeht, durch

$$\frac{m_1 J_1}{2\pi} \log \frac{r_2}{r_1}$$

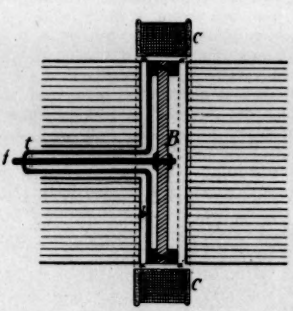
werden ausdrücken können.

Es ist somit bewiesen, daß die Wirkung der positiven und der negativen Ionen der Scheibe den Größen $m_1 J_1$ bezw. $m_2 J_2$ proportional ist, und daß deshalb die elektromagnetische Gesamtwirkung der Scheibe jener eines Systemes von Kreisströmen mit der Dichte $\frac{EJH}{2\pi r \varepsilon}$ gleichkommt, daß sie mit anderen Worten dem Differentialionenmoment E, der Gesamtstromstärke J und der äußeren Feldstärke H proportional ist. Die Proportionalitätskonstante wird nur von den Dimensionen der Scheibe abhängig sein, oder auch von jenen der Induktionsspule, wenn man statt des Flusses durch erstere die Induktionswirkung auf letztere untersucht. Die Proportionalitätskonstante wird deshalb für alle Scheiben von gleichem Umfange und aus beliebigem Metall dieselbe sein und würde auf Grund von Betrachtungen rein geometrischer Natur berechnet werden können. Man kann sie aber auch experimentell bestimmen. Zu diesem Zwecke braucht man nur die Induktionswirkung einer leitenden Scheibe zu messen, die in der Mitte durchbohrt und längs eines Halbmessers aufgeschlitzt ist, und an die man mittels zweier längs der Schnittränder angeordneter Zuleitungen von zu vernachlässigendem Widerstande eine konstante elektromotorische Kraft anlegt. Diese elektromotorische Kraft wird nämlich Kreisströme hervorbringen, deren Dichte umgekehrt proportional r ist. Man messe experimentell mittels einer oder mehrerer rings herum führender Windungen (oder mit einer Induktionsspule) den Gesamtfluß durch die Scheibe (oder deren Induktionswirkung auf die Spule), wenn der gesamte Kreisstrom den Wert $\frac{1}{2\pi} \log \frac{r_2}{r_1}$ hat, und K sei beispielsweise der Wert, den man für die Induktionswirkung auf die Spule erhält. Dann wird offenbar die Induktionswirkung, die man feststellt, wenn die Scheibe in radialer Richtung von der Stromstärke J durchflossen wird, durch die Gleichung

$$C = KEJH \qquad (5)$$

gegeben sein.

4. Das Experiment hat die theoretische Voraussage bestätigt. Es wurde in der folgenden Weise ausgeführt:



Eine kreisförmige Wismutscheibe B (siehe die Figur) kann in radialer Richtung von einem Gleichstrom durchflossen werden. Dieser Strom tritt vom Mittelpunkte aus ein, und zwar durch Vermittelung eines durch die Mitte hindurchgeführten Drahtes f, der dort mittels zweier kleiner Muttern befestigt ist. Am Umkreise

der Scheibe wird der Strom von zwei kleinen Kupferringen a, a' aufgenommen, die an den Rändern der beiden Flächen der Scheibe angebracht sind. Von einem der beiden Ringe aus geht der Strom in radialer Richtung durch eine kleine parallel zur Scheibe angeordnete Kupferplatte bis zu einer Röhre t zurück, die in die Bohrung hineinpaßt und den Mitteldraht f umgibt. Eine flache Spule CC, deren Windungen zur Scheibe parallel verlaufen, umgibt die Scheibe ringsum und ist an ein Galvanometer angeschlossen.

Scheibe und Spule sind zwischen den Polen eines Elektromagnets nach Weiß senkrecht zu den Kraftlinien angeordnet. Zu diesem Zwecke geht die Röhre, die den Mitteldraht umgibt, durch den Kanal des Kernes des Elektromagnets und durch die Bohrung eines der Polschuhe; der andere Polschuh ist blind. Die ebenen Flächen beider Polschuhe sind an Ausdehnung nahezu gleich dem unbedeckten Teile der Wismutscheibe. Wenn der Elektromagnet nicht erregt ist, so bringt der Durchgang des radialen Stromes keinerlei elektromagnetische Wirkung in der Spule hervor, welche die Scheibe umgibt; das Galvanometer zeigt daher auch keinen Ausschlag, wenn man diesen Strom erregt oder unterbricht. Wenn man jedoch das Magnetfeld erregt (wobei man währenddessen den Stromkreis mit der Spule und dem Galvanometer unterbricht) und dann bei erregtem Felde den Strom in der Scheibe schließt, so beobachtet man am Galvanometer einen plötzlichen Ausschlag wie bei einem induzierten Strome. Unterbricht man den Strom in der Scheibe, so erhält man einen gleich großen Ausschlag nach der entgegengesetzten Seite. Die Richtung der erhaltenen Ausschläge ändert sich mit der Richtung des Stromes in der Scheibe sowie auch mit der Richtung des Stromes im Elektromagnet; und der induzierte Strom wird Null, wenn man die Wismutscheibe durch eine Kupferscheibe ersetzt.

Es ist daher ausgeschlossen, daß es sich um Wirkungen handelt, die von Induktionen erster Art zwischen den Stromkreisen oder von schwachen Zweigströmen herrühren. Natürlich muß man dafür Sorge tragen, daß die beiden Ströme, die im Elektromagnet und in der Scheibe fließen, vollständig unabhängig voneinander sind.

Bei diesen Versuchen hatte der aktive Teil der Scheibe einen Durchmesser von 65 mm und eine Dicke von 2,8 mm. Die elektromagnetische Wirkung ergab sich als proportional der durch die Scheibe fließenden Stromstärke und nahm mit der Feldstärke zu.

Bei einer Feldstärke von ungefähr 3700 Einheiten und einer Stromstärke von 15 Ampere in der Scheibe entsprachen die erhaltenen Ausschläge der Induktionswirkung, welche dieselbe Spule seitens einer Windung erfährt, die den gleichen Umfang hat wie die Scheibe, die rings um die Scheibe im Luftschlitz angeordnet ist, und die von einem Strome von 0,26 Ampere durchflossen wird. Der Sinn des Ausschlages stand immer im Einklang mit folgender Regel: Eine unter dem Einfluß des Feldes stehende Scheibe verwandelt sich durch den Durchgang eines zentrifugal gerichteten Stromes in eine magnetische Scheibe mit gleichem Umlaufssinne wie der magnetisierende Strom. Wenn der Strom in zentripetaler Richtung fließt, so ist der Umlaufssinn der magnetischen Scheibe, die der Wismutscheibe entspricht, dem Sinne des Magnetisierungsstromes entgegengesetzt.

Das Experiment bestätigt also die Proportionalität mit J und lehrt uns überdies, daß im Wismut E negativ ist, das heißt, daß das Moment der negativen Ionen überwiegt.

Was nun das Gesetz der Abhängigkeit von H anlangt, so wird diese minder einfach sein, als es nach der Formel den Anschein hat, wenn das Feld durch einen Elektromagnet in Eisen erregt wird. Der Fluß, der durch die Scheibe und die Spule geht, wird nämlich zum Teil durch den Eisenmantel geschlossen und tritt durch die Polschuhe ein und aus. Dadurch wird die Intensität der beobachteten Wirkungen gesteigert; mit Anwachsen der Feldstärke und somit der Induktion im Eisen nimmt dessen Differential-Permeabilität ab, das heißt dessen Fähigkeit, den neuen Kraftlinien, die seitens der Scheibe erzeugt werden, den leichten Durchgang zu gestatten. Dies ist der Grund dafür, daß die Induktionswirkung erfahrungsgemäß langsamer zunimmt als die Feldstärke, und aus diesem Grunde nimmt auch bei gleicher Feldstärke die Wirkung zu, wenn die Polschuhe der Scheibe genähert werden. Man kann indessen diesen Einfluß des Eisens dadurch korrigieren, daß man die beobachtete Wirkung mit jener vergleicht, die eine stromdurchflossene kreisförmige Windung ausübt, die rings um die Scheibe im Luftschlitz angeordnet ist.

Auf diese Weise habe ich beobachten können, daß auch die korrigierte Wirkung langsamer zunimmt als die Feldstärke, gerade wie es beim Wismut für das Hallsche Phänomen gilt. Dies zeigt sich in der nachstehenden Tabelle. In dieser enthält die zweite Spalte die Stromstärken, die man durch die Windung schicken mußte, um denselben Galvanometerausschlag zu erhalten, den man mit der Scheibe beobachtete, wenn diese von 15 Ampere durchflossen wurde.

Feldstärke $H=$	Äquivalente Stromstärke in der Windung, $C=$	$C/H \cdot 10^5$
3700	0,26 Ampere	7
5700	0,31 „	5,6
7000	0,34 „	4,9
8200	0,36 „	4,3
9000	0,37 „	4

5. Der beobachtete Effekt hängt also nach der Theorie von σ_1, σ_2, v_1 und v_2 ab, während der Halleffekt außerdem noch von $x_1 = \frac{d \log N_1}{dT}$ und $x_2 = \frac{d \log N_2}{dT}$ abhängt, also von der Änderung des Verhältnisses der Ionenzahlen mit der Temperatur, und zwar nach der Formel

$$R = \frac{e}{\sigma} \frac{v_1 x_2 - v_2 x_1}{x_1 + x_2}.$$

Man erkennt hieraus, daß die festgestellte elektromagnetische Wirkung eine weitere unabhängige Beziehung zwischen den charakteristischen Konstanten des Metalles liefert.

Wenn wir also, um uns eine Vorstellung von der relativen Größenordnung des Halleffektes und des elektromagnetischen Effektes für die verschiedenen Metalle zu bilden, annehmen, daß für diese ungefähr

$$N_1 = N_2 = N$$

und

$$x_1 = x_2$$

sei, so werden wir, wenn wir nur die von Metall zu Metall veränderlichen Faktoren beibehalten, für den elektromagnetischen Effekt

$$C = \frac{N}{\sigma}(v_1^2 - v_2^2) = v_1 - v_2$$

und für den Halleffekt

$$R = \frac{v_1 - v_2}{\sigma},$$

mithin

$$C = R\sigma$$

erhalten. Nun ändert sich bekanntlich R von Metall zu Metall sehr stark, das Produkt aus R und dem Leitvermögen σ dagegen sehr viel weniger. Während beispielsweise (nach Drude) das Tellur einen ungefähr 650000mal größeren Halleffekt hervorbringt als das Silber[1]), wird sein elektromagnetischer Effekt nur etwa 5mal so groß sein! Aus demselben Grunde ist auch das Verhältnis der beiden Hallschen Koeffizienten zwischen Wismut und Silber ungefähr 11000, während das Verhältnis zwischen den elektromagnetischen Wirkungen nur 150 betragen würde. Alles dies gilt, wohlverstanden, unter den erforderlichen Vorbehalten in betreff der vorausgesetzten Gleichheit zwischen N_1 und N_2 sowie zwischen x_1 und x_2.

1) Drude, a. a. O. 3, 392.

III. Energie der Scheibe im Felde. — Elektromagnetische Kräfte.

6. Durch das Ergebnis, das wir für die elektromagnetischen Wirkungen der Scheibe erhalten haben, die im Felde von einem Strome in radialer Richtung durchflossen wird, sind wir in der Lage, ihre beiderseitigen Energien zu berechnen.

Wir haben gesehen, daß die Scheibe einem ebenen System von Kreisströmen von der Dichte $\frac{EJH}{2\pi r\varepsilon}$ äquivalent ist. Ein kleiner Ring vom Halbmesser r und der Breite dr wird somit vom Strome $\frac{EJH}{2\pi r} dr$ durchflossen werden, und seine Energie im Felde H wird

$$dW = -\frac{EJH}{2\pi r} dr \cdot \pi r^2 H$$

sein. Folglich wird die Gesamtenergie der Scheibe im Felde durch

$$W = -\frac{1}{4\pi} EJH^2 S \qquad (6)$$

gegeben sein, wo S die aktive Oberfläche der Scheibe bezeichnet, nämlich die Fläche, die man erhält, wenn man von der Gesamtfläche der Scheibe den kleinen zentralen Kreis vom Halbmesser r_1 abzieht.

Wenn dagegen das Feld mit der Normalen zur Scheibe einen Winkel α bildet, wird

$$W' = W \cos^2 \alpha$$

sein; auf die Scheibe wird somit ein Kräftepaar mit dem Moment

$$M = -\frac{dW'}{d\alpha} = W \sin 2\alpha =$$

$$-\frac{1}{4\pi} EJSH^2 \sin 2\alpha \qquad (7)$$

wirken, und dieses wird am größten sein für $\alpha = 45^0$. Nun hat W, wie wir sehen werden, einen merklichen Wert. Es mußte daher möglich sein, diese besonderen elektrodynamischen Wirkungen zweiter Art nachzuweisen. Tatsächlich habe ich denn auch ein erhebliches Kräftepaar festgestellt, als ich zu einem System zweier Scheiben aus Kupfer und Wismut überging, die längs des Umfanges miteinander verbunden und in den Mittelpunkten an zwei Drähte angeschlossen waren, durch die der Strom zugeführt wird. Das ganze System war zwischen den Polen des Elektromagnets aufgehängt. Dabei war dafür gesorgt, daß die Amperesche elektrodynamische Wirkung auf die Stromzuleitungsdrähte ausgeschaltet war. Diese Wirkung

selbst ändert seine Richtung mit dem Felde, während das gesuchte Kräftepaar immer dieselbe Richtung hat, da es ja von H^2 abhängig ist.

Das Wesen des beobachteten Effektes gestattet, vorauszusagen, daß man die Untersuchung weiter erstrecken und das Wismut durch ein anderes Metall ersetzen kann, für das E einen geringeren Wert hat. Die einschlägigen Versuche sind gegenwärtig im Gange.

IV. Radial gerichtete elektromotorische Kräfte, die seitens eines veränderlichen Feldes in einer Metallscheibe erzeugt werden.

7. Wie wir gesehen haben, verwandelt sich eine Metallscheibe, die in radialer Richtung von einem Strome durchflossen wird und daher elektromagnetisch inaktiv ist, unter der Wirkung des Feldes in eine besondere magnetische Scheibe, die zu diesem Felde normal gerichtet ist. Die in radialer Richtung vom Strome durchflossene Scheibe ruft nämlich eine geringe Änderung des zuvor vorhandenen Feldes hervor. Man kann dann voraussagen, daß umgekehrt die Erzeugung des Feldes in der Scheibe eine radial gerichtete elektromotorische Kraft hervorrufen muß, also einen radial gerichteten Strom, wenn man Mittelpunkt und Umfang metallisch miteinander verbindet.

Ordnet man nun die Wismutscheibe zwischen den Polen des Elektromagnets so an, wie es die Figur zeigt, und verbindet man die Mitte f und die peripherische Röhre t mit einem Galvanometer, so stellt man tatsächlich fest, daß bei Erregung des Feldes ein induzierter Strom und bei Unterbrechung des Feldes ein entgegengesetzt gerichteter Strom entsteht. Der induzierte Strom hat bei Erregung des Feldes immer dieselbe Richtung, einerlei, welches die Feldrichtung ist. Hierin besteht ein charakteristischer Unterschied gegenüber den gewöhnlichen Induktionserscheinungen.

8. Man kann dieses Phänomen als einen richtigen Halleffekt deuten, den die Foucaultschen Kreisströme erfahren, die durch die Änderung des Feldes in der Scheibe entstehen. Dieser muß in der Tat infolge des Halleffektes eine senkrecht auf den Stromlinien stehende und somit radial gerichtete elektromotorische Kraft entsprechen. Die Gestalt der Ströme wird die ursprüngliche, also die kreisförmige bleiben, solange nicht durch den äußeren Kreis die Verbindung zwischen dem Mittelpunkte und der Peripherie der Scheibe hergestellt wird.

Die theoretische Vorherbestimmung der Gesetze des Phänomens wird jedoch sehr kompliziert, wenn man sie aus der Integration der einzelnen Hallschen elektromotorischen Kräfte längs des Halbmessers ableiten will, denn bereits die Berechnung der Foucaultströme bietet erhebliche Schwierigkeiten, wenn man ihre Verzögerung gegenüber den Änderungen des äußeren Flusses berücksichtigt. Es sei noch bemerkt, daß man den Hallschen Koeffizienten für den Dauerzustand zu berechnen und zu messen pflegt, also für den Zeitpunkt, wenn die von der Kondensation der Ionen herrührenden Temperaturdifferenzen zwischen den Rändern der Scheibe (transversaler thermischer Effekt für longitudinalen elektrischen Strom) stabil geworden sind. Im vorliegenden Falle ist dagegen anzunehmen, daß sich der Vorgang bei merklich konstanter Temperatur abwickelt.

Es wird sich vielmehr empfehlen, die beobachteten Ausschläge zu denen in Beziehung zu bringen, die für den elektromagnetischen Effekt gelten. Dabei wollen wir von dem Ausdruck für die Energie ausgehen, welche die von einem Strome in radialer Richtung durchflossene Scheibe im äußeren Felde besitzt, und wollen das Verfahren anwenden, dessen man sich gewöhnlich bedient, um die Gesetze der Induktion und des Elektromagnetismus abzuleiten. Wir wollen zweckmäßig nicht vergessen, daß, wie beim Wismut, E auch von H abhängig sein kann.

Während der veränderlichen Periode des Feldschlusses, innerhalb eines Zeitraumes dt, sei der induzierte Strom J, die zugehörige elektromotorische Kraft e; und die Änderung der durch Gleichung (6) gegebenen Energie W sei dW. Dann wird

$$dW = eJdt = -\frac{1}{4\pi} SJd(EH^2)$$

und folglich

$$e = -\frac{1}{4\pi} S\frac{d(EH^2)}{dt}$$

sein. Bezeichnen wir mit ϱ den Widerstand des gesamten Stromkreises, der den Mittelpunkt der Scheibe mit dem Rande verbindet, so wird demnach die Elektrizitätsmenge Q, die bei der Erregung des Feldes zwischen den Feldwerten o und H aufgenommen wird,

$$Q = \frac{1}{4\pi\varrho} SE_H H^2 \qquad (8)$$

sein, wo E_H den Endwert von E bezeichnet, welcher dem Feldwerte H entspricht. Die Induktionswirkung wird daher vom Vorzeichen H unabhängig sein, und das Galvanometer wird beim Schließen des Feldes gleiche und gleich gerichtete Ausschläge liefern, einerlei, welches die Feldrichtung ist. Das Experiment bestätigt, wie wir gesehen haben, diese Voraussage.

Würden wir die Scheibe einem Wechsel-

felde aussetzen, so würde der Ausdruck ($E_B H^2$) in Gleichung (8) periodisch wieder dieselben Werte annehmen, und wir würden beim Durchgang durch Null immer $Q = 0$ erhalten. Der äußere Stromkreis würde daher von Wechselströmen durchflossen werden, wobei ein Transport gleicher Elektrizitätsmengen nach beiden Richtungen stattfinden würde.

9. Die Formel (8) gestattet eine unmittelbare Bestimmung des Differential-Ionenmomentes E. Zu diesem Zwecke braucht man nur das Galvanometer für Elektrizitätsmengen zu eichen und die Feldstärke und die Oberfläche der Scheibe zu messen. Auf diese Weise habe ich für die Wismutscheibe, die ich bei all diesen Versuchen benutzt habe, die folgenden Werte erhalten:

H	$E \cdot 10^5$
3700	7.7
6100	4.9
7250	4.5
8100	4.4
8650	4.3

Wir finden also hier dieselbe Abnahme von E mit wachsender Feldstärke wieder, die wir bereits bei der elektromagnetischen Wirkung beobachtet haben.

Die Größenordnung des Induktionsphänomens für die verschiedenen Metalle ist dem Differential-Ionenmoment E proportional, gerade wie dies für den elektromagnetischen Effekt gilt; sie ist daher in erster Annäherung von dem Produkte $R\sigma$ aus dem Hallschen Koeffizienten und dem Leitvermögen des Metalles abhängig, einem Produkte, das für die einzelnen Metalle viel weniger verschieden ist als R.

Trotzdem läßt sich voraussagen, da die beobachtete Wirkung beim Wismut ziemlich klein ist (ein Drehspulengalvanometer von Hartmann & Braun mit einem Widerstande von 4 Ohm zeigte beim Schließen des Feldes einen Höchstausschlag von etwa 100 Skalenteilen), daß der Effekt sich nur für einige wenige andere Metalle, wie für Antimon, für Tellur und vielleicht auch für Eisen, ohne besondere Vorsichtsmaßregeln deutlich feststellen lassen wird.

10. Man kann den beobachteten Induktionseffekt auch noch in mehr synthetischer und überzeugender Weise erklären. Die Ionen der Metallscheibe bewegen sich wie die Moleküle eines Gases nach allen Richtungen hin und sehen sich dabei, dank der Wirkung des als wachsend angenommenen Magnetfeldes, einer elektrischen Kraft unterworfen, die von der Änderung des Feldes herrührt. Diese Kraft sucht, die Ionen vorwiegend längs einer zur Scheibe konzentrischen Kreisbahn mitzureißen. Die Ionen sind weiter einer elektromagnetischen Kraft unterworfen. Diese beruht auf dem augenblicklichen Werte des zur Bewegungsrichtung senkrechten Feldes und wirkt daher vorwiegend in radialer Richtung. Diese letztere Bewegung wird, wie leicht einzusehen ist, für beide Ionengattungen eine zentripetale sein, wenn die Feldstärke zunimmt, andernfalls eine zentrifugale. Infolge der ungleichen Beweglichkeit der beiden Ionengattungen ist diese radiale Kraft für beide verschieden. Die Ionen werden sich daher im Mittelpunkte und am Umfange in verschiedenem Maße anhäufen und sich dem Hinzutreten weiterer Ionen desselben Vorzeichens widersetzen, wenn der äußere Stromkreis offen ist und ihnen den Austritt nicht gestattet. Man kann den geschilderten Versuch somit als eine richtige magnetische Zentrifugalbewegung der Ionen ansehen.

V. Drehung einer in radialer Richtung von einem Wärmestrome durchflossenen Wismutscheibe im Magnetfelde.

11. Eine kreisförmige Wismutscheibe ist an einem Drahte zwischen den Polflächen eines Elektromagnets unter einem Winkel von 45° gegen die Kraftlinien aufgehängt. Die Torsion des Fadens hebt das Orientierungsbestreben auf, das die Scheibe infolge ihres Diamagnetismus besitzt.

Läßt man auf den Mittelpunkt der Scheibe ein feines Lichtstrahlenbündel fallen, das ihn, wenn auch nur schwach, erwärmt, so stellt man das Vorhandensein eines energischen Kräftepaares fest, welches die diamagnetische Orientierung der Scheibe aufzuheben und die Scheibe daher parallel zu den Kraftlinien einzustellen strebt. Die Wirkung kehrt sich nicht um, wenn man die Feldrichtung umkehrt; sie wechselt dagegen das Vorzeichen, wenn man — mittels des Lichtstrahlenbündels oder auf andere Weise — den Rand der Scheibe erwärmt. Das Kräftepaar ist am stärksten unter 45° gegen die Kraftlinien und kann dann einen erheblichen Wert erreichen, so daß es das starke Orientierungsbestreben, das die Scheibe infolge ihres Diamagnetismus besitzt, aufheben kann, besonders wenn die Scheibe leicht berußt ist.

12. Die Elektronentheorie der Metalle gibt uns ohne weiteres die Erklärung für den beobachteten Effekt.

Nach der Auffassung Drudes erfolgt die Wärmeleitung in Metallen nach einem zweifachen Mechanismus. Einerseits entsteht in dem Metall ein fortwährender Ionenaustausch zwischen den warmen und den kalten Teilen, und dieser hat die Wirkung, die Temperaturen durch Konvektion auszugleichen, wie es bei Gasen

der Fall ist, und zwar in der Weise, daß durch jede beliebige Ebene nach beiden Richtungen hin eine gleich große Anzahl Ionen hindurchgeht. Mit diesem Wärmetransport sind daher keinerlei elektrische Erscheinungen verbunden. Gleichzeitig würde nach dieser Auffassung eine Verschiedenheit in der Konzentration der Ionen zwischen den Punkten entstehen, an denen die Temperatur verschieden ist, da in fast allen Metallen die Anzahl der Ionen im Kubikzentimeter eine Funktion der Temperatur ist. Die Folge hiervon ist eine richtige Ionenwanderung in einem bestimmten Sinne, und wenn der Körper isoliert ist, so entstehen in ihm elektrische Kräfte, die eine weitere Diffusion der Ionen zu verhindern imstande sind. Auf dieser Wanderung würden die Abweichungen vom Wiedemann-Franzschen Gesetz und der Thomsoneffekt beruhen; auf ihr beruht auch die oben besprochene Drehung der Wismutscheibe im Magnetfelde.

In der Tat wandern, wenn wir annehmen, daß der radiale Wärmefluß in zentrifugaler Richtung erfolgt, die positiven und negativen Ionen in radialer Richtung und erfahren durch das Feld eine Ablenkung längs Spiralen, die, wie sich beweisen läßt, noch die durch Gleichung (3) gegebene Gestalt haben, da sie von demselben Parameter $m_1 = H e v_1$ abhängen. Es läßt sich weiter beweisen[1]), daß wenn man m_1^2 gegenüber der Einheit vernachlässigt, die elektromagnetische Wirkung der Scheibe jener eines ebenen Systemes von Kreisströmen äquivalent ist, deren Dichte

$$i = p \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma} (x_1 + x_2)(e v_1 + e v_2) H \frac{dT}{dr}$$

ist, wo p eine universelle Konstante ist, die den Wert besitzt, den ihr bereits Drude in seiner Arbeit beigelegt hat, wo $\frac{dT}{dr}$ den Differentialquotienten der Temperatur nach dem Radius bezeichnet, und wo die übrigen Ausdrücke die übliche Bedeutung haben.

Bezeichnen wir mit Q die in der Scheibe fließende Wärmemenge und mit k das Wärmeleitvermögen der Substanz, so erhalten wir weiter:

$$i = -p \frac{1}{2\pi r} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{k\sigma} (x_1 + x_2)(e v_1 + e v_2) Q H,$$

und folglich wird, wenn wir

$$V = \frac{\sigma_1 \sigma_2}{k\sigma} (x_1 + x_2)(e v_1 + e v_2)$$

setzen, die Dichte der äquivalenten Kreisströme durch die Gleichung

$$i = -p \frac{1}{2\pi r} V Q H$$

gegeben.

Die Scheibe wird im Felde eine Energie

$$W = \frac{p}{4\pi} V Q S H^2$$

haben, und wenn die Normale zur Scheibe mit den Kraftlinien einen Winkel α bildet, so wird auf die Scheibe ein Kräftepaar

$$M = W \sin 2\alpha$$

wirken, das für $\alpha = 45^0$

$$M = \frac{p}{4\pi} V Q S H^2$$

wird.

Das Kräftepaar wird somit dem Quadrate der Feldstärke und dem Wärmefluß proportional sein und wird von dem für das Metall charakteristischen Koeffizienten V abhängen; letzterer hat nichts mit dem Koeffizienten des transversalen thermomagnetischen Phänomens (elektrischen Effektes) von Ettingshausen und Nernst gemeinsam, wie es nach der synthetischen Erklärung des Phänomens den Anschein haben könnte.

Man kann V in der Form

$$V = \frac{\sigma}{k} \times \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma^2} (x_1 + x_2) \times \frac{e v_1 + e v_2}{\sigma} \times \sigma$$

schreiben. Der erste Faktor dieses Ausdrucks ändert sich von einem Metall zum andern wenig; der zweite ist proportional diesen Änderungen, das heißt den Abweichungen vom Wiedemann-Franzschen Gesetz; der dritte ist dem Ettingshausenschen Koeffizienten P proportional (das heißt der transversalen Temperaturdifferenz in einer Scheibe, die im Felde angeordnet ist und von einem elektrischen Strome durchflossen wird).

Die Anzahl der Metalle, für die alle diese Elemente bestimmt sind, ist gering.

Auf Grund der vorhandenen Daten läßt sich voraussagen, daß V für Kupfer und für Silber Null sein muß, während es für einige andere Metalle die folgenden relativen Werte hat:

für Nickel	2,4
„ Eisen	67
„ Antimon	900
„ Wismut	12300;

möglicherweise wird auch für Kohle der Wert von V nicht sehr klein sein.

Tatsächlich habe ich beim Kupfer und beim Silber das Vorhandensein des Kräftepaares nicht feststellen können.

Rom, Physikalisches Institut der Kgl. Universität.

(Nach dem Manuskript aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 1. April 1911.)

1) Corbino, Rend. Linc. **20**, 570, 1911.

Elastizitätstheorie und Relativitätsprinzip.

Von Max Born.

Das Ziel der folgenden Untersuchung ist nicht die vollständige Aufstellung der Elastizitätstheorie, die dem Relativitätsprinzip genügt, auch nicht eine kritische Betrachtung aller dabei möglichen Ansätze, sondern der Nachweis, daß ein bestimmter, von Minkowski eingeschlagener Weg, gegen dessen Gangbarkeit mehrfach Einwände erhoben worden sind, sich in konsequenter Weise ein beträchtliches Stück weiter verfolgen läßt. Die genaue Formulierung des Problems

$$\begin{vmatrix} X_x & Y_x & Z_x & -iT_x \\ X_y & Y_y & Z_y & -iT_y \\ X_z & Y_z & Z_z & -iT_z \\ -iX_t & -iY_t & -iZ_t & T_t \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{vmatrix} = S \qquad (1)$$

zusammenfassen (c ist die Lichtgeschwindigkeit und $i = \sqrt{-1}$), wobei die in dem zweiten Schema stehenden Buchstaben $S_{\alpha\beta}$ nur eine andere Bezeichnung für die an entsprechender Stelle des ersten Schemas stehenden Größen sein sollen. Dabei bedeuten die neun Größen

$$\begin{vmatrix} X_x & Y_x & Z_x \\ X_y & Y_y & Z_y \\ X_z & Y_z & Z_z \end{vmatrix} \qquad (2)$$

die Komponenten der „Maxwellschen Spannungen", ferner sind $\frac{1}{c}X_t$, $\frac{1}{c}Y_t$, $\frac{1}{c}Z_t$ die Komponenten des elektromagnetischen „Impulses", cT_x, cT_y, cT_z die des „Poyntingschen Vektors", und T_t ist die elektromagnetische Energiedichte.

Die beiden Theorien unterscheiden sich einmal hinsichtlich der Ausdrücke, durch die diese „Spannungskomponenten" mit den Vektoren des elektromagnetischen Feldes zusammenhängen, sodann hinsichtlich der Art und Weise, wie sich aus den „Spannungskomponenten" die am Volumelement angreifenden ponderomotorischen Kräfte ausdrücken. Im folgenden soll nur der letztere Unterschied betrachtet werden.

§ 2. Nach Abraham haben diese Kräfte die folgenden Werte:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{K}_x &= \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z} - \frac{1}{c}\frac{\partial X_t}{\partial t}, \\ \mathfrak{K}_y &= \frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z} - \frac{1}{c}\frac{\partial Y_t}{\partial t}, \\ \mathfrak{K}_z &= \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z} - \frac{1}{c}\frac{\partial Z_t}{\partial t}, \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

und die Arbeit und Wärmeentwicklung

$$c\mathfrak{K}_t = \mathfrak{w}\mathfrak{K} + Q$$

ist gegeben durch

$$\mathfrak{K}_t = -\frac{\partial T_x}{\partial x} - \frac{\partial T_y}{\partial y} - \frac{\partial T_z}{\partial z} - \frac{1}{c}\frac{\partial T_t}{\partial t}. \qquad (3')$$

findet sich erst in § 5 und § 7. Die vorhergehenden Erörterungen scheinen mir zum Verständnis der Fragestellung notwendig zu sein.

§ 1. Für die an bewegten Körpern angreifenden elektromagnetischen Kräfte sind im wesentlichen zwei Ansätze vorhanden, die beide mit dem Lorentz-Einsteinschen Relativitätsprinzip im Einklang sind; sie rühren von Minkowski[1]) und Abraham[2]) her.

Beiden Theorien gemeinsam ist die Beschreibung des elektromagnetischen Spannungszustandes durch ein System von 16 Größen, die wir in ein Schema (Matrix) der Form

Indem man nach Minkowski

$$\begin{aligned} x,\ y,\ z,\ ict \quad &\text{durch} \quad x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4, \\ \mathfrak{K}_x,\ \mathfrak{K}_y,\ \mathfrak{K}_z,\ i\mathfrak{K}_t \quad &\text{durch} \quad K_1,\ K_2,\ K_3,\ K_4 \end{aligned}$$

ersetzt, kann man die Gleichungen (3), (3') auch kurz so schreiben:

$$\left.\begin{aligned} K_h &= \frac{\partial S_{1h}}{\partial x_1} + \frac{\partial S_{2h}}{\partial x_2} + \frac{\partial S_{3h}}{\partial x_3} + \frac{\partial S_{4h}}{\partial x_4} \\ &(h = 1, 2, 3, 4), \end{aligned}\right\} \qquad (3'')$$

oder mit der Minkowskischen Symbolik

$$K = \operatorname{lor} S. \qquad (3''')$$

Ferner ist nach Abraham das Schema (1) symmetrisch, d. h. es ist

$$S_{\alpha\beta} = S_{\beta\alpha} \qquad (4)$$

oder

$$\left.\begin{aligned} Y_z = Z_y,\ Z_x = X_z,\ X_y = Y_x, \\ X_t = T_x,\ Y_t = T_y,\ Z_t = T_z. \end{aligned}\right\} \qquad (4')$$

§ 3. Nach Minkowski stellen die durch (3), (3') bzw. (3'') definierten Größen $\mathfrak{K}$ bzw. K nicht die ponderomotorischen Kräfte dar, sondern sind noch durch eine Zusatzkraft zu ergänzen, die von der Geschwindigkeit $\mathfrak{w}$ ($\mathfrak{w}_x$, $\mathfrak{w}_y$, $\mathfrak{w}_z$) der Materie abhängt; diese Zusatzkraft hat die Komponenten

$$\frac{\Phi\,\mathfrak{w}_x}{c\sqrt{1-\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}},\quad \frac{\Phi\,\mathfrak{w}_y}{c\sqrt{1-\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}},\quad \frac{\Phi\,\mathfrak{w}_z}{c\sqrt{1-\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}}, \qquad (5)$$

wo

---

1) H. Minkowski, Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern. Nachr. d. K. Ges. d. Wissensch. zu Göttingen, Math.-phys. Kl. 1908. Abgedruckt in den Math. Ann. **68**, 472, 1910; Ges. Abhandl. II, S. 352; separat erschienen als Heft 1 der Fortschr. d. math. Wissensch. in Monographien (hrsg. v. O. Blumenthal). Für das Folgende kommen besonders die §§ 13, 14 und der Anhang in Betracht.

2) M. Abraham, Zur Elektrodynamik bewegter Körper. Rendiconti del circ. mat. di Palermo **28**, 1, 1909. Vergl. besonders das Ende von § 9.

$$\Phi = \frac{\frac{1}{c}(\mathfrak{w}_x \mathfrak{K}_x + \mathfrak{w}_y \mathfrak{K}_y + \mathfrak{w}_z \mathfrak{K}_z) - \mathfrak{K}_t}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}}, \quad (6)$$

ist; setzen wir mit Minkowski

$$w_1 = \frac{\mathfrak{w}_x}{c\sqrt{1-\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}}, \quad w_2 = \frac{\mathfrak{w}_y}{c\sqrt{1-\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}},$$

$$w_3 = \frac{\mathfrak{w}_z}{c\sqrt{1-\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}}, \quad w_4 = \frac{i}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}},$$

$$(w, \bar{w}) = w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2 = -1,$$

so wird in Minkowskischer Symbolik

$$\Phi = (K\bar{w}), \quad (6')$$

und die Zusatzkraft wird als vierdimensionaler Vektor:

$$\Phi w = (K\bar{w})\, w.$$

Demnach lauten die ponderomotorischen Kräfte Minkowskis so:

$$R = K + (K\bar{w})\, w, \quad (5')$$

wo K durch (3″) oder (3‴) gegeben ist. Dieser Vektor R ist normal auf w,

$$(R, \bar{w}) = 0, \quad (5'')$$

d. h. in einem Koordinatensystem, in welchem ein materieller Punkt momentan ruht, erscheint R als reiner Raumvektor. Übrigens kann man, da $c\,\mathfrak{K}_t$ gleich der Summe der Arbeit und der entwickelten Wärme Q ist,

$$c\,\mathfrak{K}_t = \mathfrak{w}\mathfrak{K} + Q,$$

auch schreiben

$$\Phi = -\frac{Q}{c\sqrt{1-\frac{\mathfrak{w}^2}{c^2}}}. \quad (6'')$$

Das Schema der Minkowskischen Spannungen ist nicht symmetrisch. Aber es findet sich bei Minkowski die folgende Beziehung zwischen den Spannungen[1]):

$$V = w(S - \bar{S})^* = 0, \quad (7)$$

die man ausführlich so schreiben kann:

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \quad\quad w_2(S_{34}-S_{43}) + w_3(S_{42}-S_{24}) + w_4(S_{23}-S_{32}) = 0,\\ V_2 &= w_1(S_{43}-S_{34}) \quad\quad + w_3(S_{14}-S_{41}) + w_4(S_{31}-S_{13}) = 0,\\ V_3 &= w_1(S_{24}-S_{42}) + w_2(S_{41}-S_{14}) \quad\quad + w_4(S_{12}-S_{21}) = 0,\\ V_4 &= w_1(S_{32}-S_{23}) + w_2(S_{13}-S_{31}) + w_3(S_{21}-S_{12}) \quad\quad = 0, \end{aligned}\right\} \quad (7')$$

oder auch mit reellen Größen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{w}_y}{c}(T_z - Z_t) - \frac{\mathfrak{w}_z}{c}(T_y - Y_t) + \quad (Y_z - Z_y) &= 0,\\ \frac{\mathfrak{w}_z}{c}(T_x - X_t) - \frac{\mathfrak{w}_x}{c}(T_z - Z_t) + \quad (Z_x - X_z) &= 0,\\ \frac{\mathfrak{w}_x}{c}(T_y - Y_t) - \frac{\mathfrak{w}_y}{c}(T_x - X_t) + \quad (X_y - Y_x) &= 0,\\ \mathfrak{w}_x(Y_z - Y_y) + \mathfrak{w}_y(Z_x - X_z) + \mathfrak{w}_z(X_y - Y_x) &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (7'')$$

Von diesen Gleichungen sind offenbar nur drei unabhängig; denn V ist normal auf w, d. h. es ist

$$(V, w) = V_1 w_1 + V_2 w_2 + V_3 w_3 + V_4 w_4 = 0.$$

Bezeichnet man den Strahlvektor mit $\mathfrak{S}$, den Impulsvektor mit $\mathfrak{g}$ und den Vektor mit den Komponenten $Y_z - Z_y$, $Z_x - X_z$, $X_y - Y_x$, mit $\mathfrak{N}$, so lassen sich die Gleichungen vektoriell so schreiben:

$$\left.\begin{aligned} \left[\mathfrak{w}, \frac{\mathfrak{S}}{c^2} - \mathfrak{g}\right] + \mathfrak{N} &= 0,\\ \mathfrak{w}\,\mathfrak{N} &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (7''')$$

Wenn ein materieller Punkt momentan ruht, $\mathfrak{w} = 0$, so gehen die Gleichungen (7‴) über in

$$\mathfrak{N} = 0, \quad (7'''')$$

d. h. dann ist das Schema der eigentlichen Maxwellschen Spannungen (2) symmetrisch. Hieraus ist zu entnehmen, daß die Gleichungen (7) ein gewisser Ersatz für die bei Minkowski fehlende Symmetrie des Schemas (1) darstellen. An diese Bemerkung soll das Folgende anknüpfen.

§ 4. Es sind bisher nur wenige Versuche gemacht worden, die Mechanik kontinuierlich ausgedehnter, deformierbarer Medien, speziell die Elastizitätstheorie[2]), dem Relativitätsprinzip anzupassen, d. h. die Grundgleichungen so abzuändern, daß sie gegen die Lorentz-Transformationen kovariant sind. Minkowski hat im Anhange seiner „Grundgleichungen“[3]) einen Ansatz sehr allgemeiner Natur für die elastischen Kräfte gegeben, der von einer Verallgemeinerung des Hamiltonschen Prinzips ausgeht und so eingerichtet ist, daß sich die oben genannten Minkowskischen Ausdrücke für die elektro-

1) H. Minkowski, Grundlagen usw., l. c. (Anm. 1, S. [569]), Formel 86 des § 13.

2) W. v. Ignatowsky, Zur Elastizitätstheorie vom Standpunkte des Relativitätsprinzips. Diese Zeitschr. 12, 5, 164, 1911.

3) H. Minkowski, l. c. (Anm. 1, S. 569), Anhang: Mechanik und Relativitätspostulat.

magnetischen Kräfte und Spannungen der allgemeinen Mechanik einordnen[1]).

Ehe wir auf diese Theorie selbst eingehen, wollen wir die entsprechenden Überlegungen der gewöhnlichen Mechanik anstellen. Wir gehen aus von einem System von Spannungen von der Form (2). Für die virtuelle Arbeit dieser Flächenkräfte macht man den Ansatz

$$\left.\begin{aligned}\delta W = \iiint \Big(& X_x \frac{\partial \delta x}{\partial x} + X_y \frac{\partial \delta x}{\partial y} + X_z \frac{\partial \delta x}{\partial z} \\ & + Y_x \frac{\partial \delta y}{\partial x} + Y_y \frac{\partial \delta y}{\partial y} + Y_z \frac{\partial \delta y}{\partial z} \\ & + Z_x \frac{\partial \delta z}{\partial x} + Z_y \frac{\partial \delta z}{\partial y} + Z_z \frac{\partial \delta z}{\partial z} \Big) dx\, dy\, dz,\end{aligned}\right| \tag{8}$$

wobei δx, δy, δz virtuelle Verrückungen bedeuten und die Integration über den betrachteten Teil der Substanz zu erstrecken ist.

Die virtuelle Arbeit der äußeren Kräfte $\mathfrak{K}$ (in die wir die d'Alembertschen Trägheitskräfte einschließen) ist:

$$\delta A = \iiint (\mathfrak{K}_x \delta x + \mathfrak{K}_y \delta y + \mathfrak{K}_z \delta z)\, dx\, dy\, dz. \tag{9}$$

Die Gleichgewichtsbedingung lautet

$$\delta A = \delta W \tag{10}$$

und liefert in bekannter Weise mit Hilfe einer partiellen Integration die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{K}_x &= \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + \frac{\partial X_z}{\partial z}, \\ \mathfrak{K}_y &= \frac{\partial Y_x}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + \frac{\partial Y_z}{\partial z}, \\ \mathfrak{K}_z &= \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} + \frac{\partial Z_z}{\partial z}.\end{aligned}\right| \tag{11}$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß δx, δy, δz willkürliche, differenzierbare Funktionen des Ortes sind.

Bekanntlich gelten in der Elastizitätstheorie die Symmetriebedingungen des Schemas (2):

$$Y_z = Z_y,\ Z_x = X_z,\ X_y = Y_x, \text{ oder } \mathfrak{N} = 0, \tag{12}$$

und diese drücken aus, daß die Spannungen keine resultierenden Drehmomente auf die einzelnen Volumelemente ausüben. Auch diese Bedingungen kann man aus dem Prinzip der virtuellen Verrückungen ableiten, wenn man verlangt, daß die Gleichung (10) bestehen soll für alle virtuellen Verrückungen der folgenden Art: Es werde irgendein (beliebig kleiner) Teil G der Substanz als starrer Körper bewegt, während der Rest in Ruhe bleibt.

Diese Verrückungen sind allgemeiner als die vorher betrachteten, weil sie unstetig sind; innerhalb des als starr verrückten Teils G gilt nämlich

$$\left.\begin{aligned}\delta x &= a + qz - ry, \\ \delta y &= b + rx - pz, \\ \delta z &= c + py - qx,\end{aligned}\right| \tag{13}$$

wo a, b, c die Komponenten der virtuellen Translation, p, q, r die der virtuellen Rotation sind, und außerhalb von G sind

$$\delta x = 0, \quad \delta y = 0, \quad \delta z = 0. \tag{14}$$

Auf die virtuelle Translation a, b, c kommt es im folgenden gar nicht an; wir könnten sie gleich Null setzen.

Für diese Verrückungen wird

$$\left.\begin{aligned}\delta W = \iiint \{ & p(Z_y - Y_z) + q(X_z - Z_x) + \\ & + r(Y_x - X_y) \}\, dx\, dy\, dz,\end{aligned}\right| \tag{15}$$

und

$$\left.\begin{aligned}\delta A = \iiint \{ & p(y\mathfrak{K}_z - z\mathfrak{K}_y) + q(z\mathfrak{K}_x - x\mathfrak{K}_z) + \\ & + r(x\mathfrak{K}_y - y\mathfrak{K}_x) \}\, dx\, dy\, dz.\end{aligned}\right| \tag{15'}$$

Dividiert man beide Gleichungen durch das Volumen des Gebietes G und läßt dieses gegen Null konvergieren, so ergibt sich offenbar

$$\left.\begin{aligned}\lim_{G=0} \frac{1}{G} \delta W = \\ = p(Z_y - Y_z) + q(X_z - Z_x) + r(Y_x - X_y),\end{aligned}\right| \tag{16}$$

während

$$\lim_{G=0} \frac{1}{G} \delta A = 0 \tag{16'}$$

wird, sofern die äußeren Kräfte $\mathfrak{K}$ überall endlich und stetig sind.

Da in (16) p, q, r willkürliche Größen sind, so folgt aus (10) infolge (16), (16') die Behauptung (12): $\mathfrak{N} = 0$.

§ 7. Der in § 5 erwähnte Ansatz Minkowskis zur Aufstellung der Grundgleichungen für die Spannungen in bewegten Medien unter Berücksichtigung des Relativitätsprinzips entspricht genau dem im ersten Teil des § 6 für die gewöhnliche Statik elastischer Medien dargelegten Verfahren; er gibt nämlich die Ableitung der Gleichungen (5'), welche den Formeln (11) des § 6 entsprechen, aus einem Variationsprinzipe, das dem in § 6 angewandten Prinzipe der virtuellen Verrückungen genau nachgebildet ist[1]).

Dagegen fehlt bei Minkowski die dem zweiten Teile des § 6 entsprechende

1) An diese Theorie hat sich eine Diskussion zwischen den Herren M. Abraham (diese Zeitschr. 10, 737, 1909 und 11, 527, 1910) und G. Nordström (diese Zeitschr. 10, 681, 1909 und 11, 440, 1910) geknüpft, deren Gegenstand mit der hier behandelten Frage nicht unmittelbar zusammenhängt.

1) Minkowski selbst bezeichnet dieses Prinzip als eine Verallgemeinerung des Hamiltonschen Prinzips; in der Tat sind im Raume von vier Dimensionen beide Auffassungsweisen berechtigt.

Theorie, die Ableitung der Symmetriebedingungen.

Ich werde im folgenden zeigen, wie man auf genau demselben Wege wie in § 6 diese Bedingungen aufstellen kann. Dazu war, wie wir sehen, nötig, virtuelle starre Rotationen zu betrachten; denn die Symmetriebedingungen sagten aus, daß die Drehmomente an den einzelnen Volumelementen sich das Gleichgewicht halten. Hier scheint sich eine Schwierigkeit zu erheben; denn es ist bekannt, daß der im eigentlichen Sinne starre Körper der Relativitätsmechanik[1]) im allgemeinen keine Rotationen ausführen kann[2]). Wenn man aber bedenkt, daß es sich hier eigentlich nur um virtuelle Rotationen von Volumelementen, d. h. von unendlich kleinen starren Körpern handelt, so erkennt man, daß eine uneigentliche Starrheitsdefinition, bei der nur die unendlich nahe Umgebung eines ausgezeichneten Punktes sich im gewöhnlichen Sinne starr verhält, dieselben Dienste tun muß. Eine solche Starrheitsdefinition habe ich seinerzeit, bereits im Hinblick auf die hier behandelte Anwendung, aufgestellt[3]).

Mit Hilfe dieser virtuellen Rotationen werden wir in § 10 mit leichter Mühe genau wie in § 6 die Bedingung für das Gleichgewicht der an den Volumelementen angreifenden Drehmomente aufstellen, und zwar werden wir gerade die von Minkowski im Falle der Elektrodynamik angenommenen Gleichungen (7) finden, wie wir es auf Grund des Verhaltens für ruhende Körper ($w = 0$) bereits in § 4 vermuten konnten.

Man kann auch das in § 2 erörterte System von Abraham, die von ihm angegebenen Ausdrücke für die Kräfte und seine Symmetriebedingungen, aus demselben allgemeinen mechanischen Prinzipe gewinnen. Dazu müssen nur die virtuellen Verrückungen anders definiert werden, nämlich als beliebige starre Bewegungen eines vierdimensionalen Raumteils als Ganzes; sie würden also der von Herrn Noether[4]) vorgeschlagenen Starrheitsdefinition entsprechen. Mir scheinen aber solche Verrückungen physikalisch schwer zu deuten zu sein. Auf die Durchführung dieses Ansatzes, die übrigens sehr einfach ist, will ich im folgenden verzichten. Vielmehr liegt mir in erster Linie daran, den Einwurf zu entkräften, daß dem Satze vom Gleichgewicht der Drehmomente am Volumelement durch Minkowskis Ansätze für die ponderomotorischen Kräfte der Elektrodynamik nicht genügt werde.

§ 8. Das mechanische Variationsprinzip Minkowskis lautet folgendermaßen: Das elastische Medium bewegt sich so, daß für jede virtuelle Verrückung δx_1, δx_2, δx_3, δx_4

$$\delta A = \delta W \tag{17}$$

ist; dabei ist

$$\left.\begin{aligned}\delta A = \iiiint (R_1 \delta x_1 + R_2 \delta x_2 + R_3 \delta x_3 + \\ + R_4 \delta x_4)\, dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4,\end{aligned}\right\} \tag{18}$$

wo der Raumzeitvektor R die äußere Kraft (inklusive Trägheitskraft) bedeutet, die auf der Geschwindigkeit w normal ist:

$$(R, w) = R_1 w_1 + R_2 w_2 + R_3 w_3 + R_4 w_4 = 0, \tag{19}$$

und das Integral

$$\delta W = \iiiint \sum_{\alpha,\beta} S_{\alpha,\beta} \frac{\partial\, \delta x_\beta}{\partial x_\alpha}\, dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4 \tag{20}$$

nennt Minkowski die „Spannungswirkung".

Beide Integrale sind über eine Raumzeitsichel[1]) zu erstrecken.

Die virtuellen Verrückungen wählt Minkowski stets so, daß sie für einen mitbewegten Beobachter als reine Raumvektoren erscheinen, d. h. normal auf der Geschwindigkeit:

$$\left.\begin{aligned}(\delta x, w) = \delta x_1 \cdot w_1 + \delta x_2 \cdot w_2 + \delta x_3 \cdot w_3 + \\ + \delta x_4 \cdot w_4 = 0.\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Es ist bequem, die δx_α durch vier unabhängige Größen u_α ($\alpha = 1, 2, 3, 4$) auszudrücken derart, daß (21) identisch erfüllt ist; dazu hat man nur zu setzen:

$$\delta x_\alpha = u_\alpha + (u, w)\, w_\alpha, \quad (\alpha = 1, 2, 3, 4), \tag{22}$$

wo, wie oben,

$$(u, w) = u_1 w_1 + u_2 w_2 + u_3 w_3 + u_4 w_4$$

ist. Ferner wird angenommen, daß die u_α an den Grenzen des vierdimensionalen Integrationsgebietes (Sichel) verschwinden.

Setzt man die Ausdrücke (22) in (18) ein, so erhält man, wenn man $dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4 = d\omega$ setzt und zur Abkürzung nur ein Integralzeichen schreibt:

$$\begin{aligned}\delta A &= \int \sum_\alpha R_\alpha \delta x_\alpha\, d\omega = \\ &= \int \sum_\alpha R_\alpha (u_\alpha + \sum_\beta u_\beta w_\beta \cdot w_\alpha)\, d\omega \\ &= \int \sum_\alpha u_\alpha (R_\alpha + \sum_\beta R_\beta w_\beta \cdot w_\alpha)\, d\omega,\end{aligned}$$

und da wegen (9)

$$\sum_\beta R_\beta w_\beta = (R, w) = 0$$

ist:

$$\delta A = \int \sum_\alpha u_\alpha R_\alpha\, d\omega. \tag{23}$$

1) M. Born, Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik des Relativitätsprinzips. Ann. d. Phys. (4) **30**, 1, 1909.

2) Herglotz, Über den vom Standpunkt des Relativitätsprinzips als „starr" zu bezeichnenden Körper. Ann. d. Phys. (4) **31**, 393, 1910. F. Noether, Zur Kinematik des starren Körpers in der Relativtheorie. Ann. d. Phys. (4) **31**, 919, 1910.

3) M. Born, Zur Kinematik des starren Körpers im System des Relativitätsprinzips. Nachr. d. K. Ges. d. Wissensch. zu Göttingen, Math.-phys. Kl. 1910.

4) F. Noether, l. c. (Anm. 3 auf dieser Seite), Schluß, S. 942.

1) Vgl. H. Minkowski, l. c. (Anm. 1, S. 569), Anhang.

Den Ausdruck (20) für δW formt man erst durch partielle Integration[1]) um in

$$\delta W = \int \sum_\alpha \delta x_\alpha \sum_\beta \frac{\partial S_{\beta,\alpha}}{\partial x_\beta}\, d\omega = \int \sum_\alpha K_\alpha \delta x_\alpha\, d\omega,$$

und hieraus gewinnt man durch dieselbe Rechnung wie bei δA:

$$\delta W = \int \sum_\alpha u_\alpha (K_\alpha + (K, \bar{w})\, w_\alpha)\, d\omega. \quad (24)$$

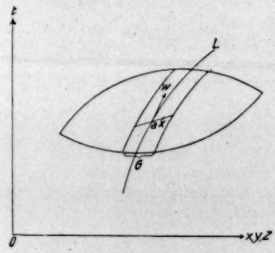
Da die u_α willkürliche Funktionen der vier Koordinaten x_1, x_2, x_3, x_4 sind, ergibt sich vermöge (23) und (24) aus (14):

$$R_\alpha = K_\alpha + (K, \bar{w})\, w_\alpha. \quad (25)$$

Diese Ausdrücke für die Kräfte R stimmen mit den elektrodynamischen Formeln (5′) überein.

§ 9. Jetzt wollen wir, über Minkowski hinausgehend, den Momentensatz durch Anwendung virtueller Rotationen aus dem Variationsprinzip (17) herleiten. Diese werden folgendermaßen definiert.

Aus dem Integrationsgebiete der Integrale (18) und (20) heben wir ein Teilgebiet heraus, nämlich einen Raumzeitfaden F von beliebigem Querschnitt G. Eine feste Raumzeitlinie dieses Fadens sei L; sie sei dadurch definiert, daß die Koordinaten eines Punktes a, der sie beschreibt, als Funktion der Eigenzeit τ desselben gegeben sind:



$$\left.\begin{aligned} a_1 &= a_1(\tau), \quad a_2 = a_2(\tau), \\ a_3 &= a_3(\tau), \quad a_4 = a_4(\tau). \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

Der Geschwindigkeitsvektor von a sei w mit dem Komponenten

$$w_\alpha = \frac{d a_\alpha}{d\tau}, \quad \text{wo } (w, \bar{w}) = -1. \quad (27)$$

Für eine bestimmte Lage des Punktes a auf L konstruieren wir den zu w normalen Raum; sei x ein Punkt desselben, so ist

$$(x - a, \bar{w}) = 0. \quad (28)$$

Ferner sei p ein beliebiger, auf w normaler Vektor, dessen Komponenten als Funktionen von τ gegeben sind:

$$p_\alpha = p_\alpha(\tau), \quad (p, \bar{w}) = 0. \quad (29)$$

Wir nennen ihn virtuelle Winkelgeschwindigkeit. Seine ersten drei Komponenten

$$p_1 = \frac{1}{c}\mathfrak{p}_x, \quad p_2 = \frac{1}{c}\mathfrak{p}_y, \quad p_3 = \frac{1}{c}\mathfrak{p}_z, \quad (29')$$

definieren einen Raumvektor $\mathfrak{p}$, während

$$p_4 = \frac{i}{c^2}(\mathfrak{w}_x \mathfrak{p}_x + \mathfrak{w}_y \mathfrak{p}_y + \mathfrak{w}_z \mathfrak{p}_z) = \frac{i}{c^2}(\mathfrak{u}, \mathfrak{p}) \quad (29'')$$

ist.

In Analogie mit den Ausdrücken (13) für die virtuelle Rotation der gewöhnlichen Mechanik bilden wir das vierdimensionale Vektorprodukt (Raumzeitvektor 2. Art)

$$[p, x - a] = Q, \quad (30)$$

mit den sechs Komponenten

$$Q_{\alpha\beta} = -Q_{\beta\alpha} = p_\alpha(x_\beta - a_\beta) - p_\beta(x_\alpha - a_\alpha). \quad (30')$$

Diese 6-komponentige Verbindung kann noch nicht mit der 4-komponentigen Verrückung identifiziert werden; vielmehr bilden wir die beiden zu Q gehörigen „Ruhvektoren“[1]), d. h. die beiden Raumvektoren Q_{23}, Q_{31}, Q_{12} und Q_{14}, Q_{24}, Q_{34}, die ein mitbewegter Beobachter wahrnimmt.

Der erste von diesen verschwindet:

$$wQ = w[p, x - a] = 0, \quad (31)$$

wie aus der identischen Relation

$$\left.\begin{aligned} \sum_\beta w_\beta Q_{\beta\alpha} &= \\ &= \sum_\beta w_\beta (p_\beta (x_\alpha - a_\alpha) - p_\alpha (x_\beta - a_\beta)) \\ &= (x_\alpha - a_\alpha) \sum_\beta w_\beta p_\beta - p_\alpha \sum_\beta w_\beta (x_\beta - a_\beta) \end{aligned}\right\} \quad (32)$$

oder symbolisch

$$\left.\begin{aligned} wQ = w[p, x - a] &= \\ &= (x - a)(p, \bar{w}) - p(x - a, \bar{w}) \end{aligned}\right\} \quad (33)$$

vermöge (28) und (29) folgt.

Der andere Ruhvektor von Q, den man Ruhrotation nennen kann, ist

$$q = iwQ^* = iw[p, x - a]^*, \quad (34)$$

wo Q^* den zu Q dualen Vektor bedeutet, d. h. denjenigen, bei dem die Indizespaare 23, 31, 12 und 14, 24, 34 vertauscht sind. Seine Komponenten sind demnach

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= i(\quad\quad w_2 Q_{34} + w_3 Q_{42} + w_4 Q_{23}), \\ q_2 &= i(w_1 Q_{43} \quad\quad + w_3 Q_{14} + w_4 Q_{31}), \\ q_3 &= i(w_1 Q_{24} + w_2 Q_{41} \quad\quad + w_4 Q_{12}), \\ q_4 &= i(w_1 Q_{32} + w_2 Q_{13} + w_3 Q_{21}). \end{aligned}\right\} \quad (34')$$

Setzt man hier die Ausdrücke (30′) für die $Q_{\alpha\beta}$ ein, so kann man die rechten Seiten auch nach den Größen $(x_\alpha - a_\alpha)$ ordnen, wobei sie formal dieselbe Gestalt behalten; führt man also die Abkürzungen

$$p_\alpha w_\beta - p_\beta w_\alpha = P_{\alpha\beta} \quad (35)$$

1) Die Randintegrale fallen fort, weil die virtuellen Verrückungen am Rande des Integrationsgebietes verschwinden sollten.

1) Vgl. M. Born, l. c. (Anm. 1, S. 572), § 2.

sein, so kann man schreiben[1])

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= i\{ (x_2-a_2)P_{34}+(x_3-a_3)P_{42}+(x_4-a_4)P_{23}\},\\ q_2 &= i\{ (x_1-a_1)P_{43}+(x_3-a_3)P_{14}+(x_4-a_4)P_{31}\},\\ q_3 &= i\{ (x_1-a_1)P_{24}+(x_2-a_2)P_{41}+(x_4-a_4)P_{12}\},\\ q_4 &= i\{ (x_1-a_1)P_{32}+(x_2-a_2)P_{13}+(x_3-a_3)P_{21}\}, \end{aligned}\right\} \quad (34'')$$

oder symbolisch

$$q = i(x-a)P^* = i(x-a)[p,w]^*. \quad (34''')$$

Die drei ersten Komponenten von q,

$$q_1 = -\frac{\mathfrak{q}_x}{c},\quad q_2 = -\frac{\mathfrak{q}_y}{c},\quad q_3 = -\frac{\mathfrak{q}_z}{c} \quad (34^{IV})$$

bilden einen Raumvektor, während

$$\left.\begin{aligned} q_4 &= -\frac{i}{c^2}(\mathfrak{w}_x\mathfrak{q}_x+\mathfrak{w}_y\mathfrak{q}_y+\mathfrak{w}_z\mathfrak{q}_z) =\\ &= -\frac{i}{c^2}(\mathfrak{w},\mathfrak{q}) \end{aligned}\right| \quad (34^{V})$$

ist.

Die Formel (31) zeigt, daß für einen mitbewegten Beobachter der Vektor 2. Art Q sich auf einen reinen Raumvektor reduziert, und zwar liest man aus den Ausdrücken (34′) ab, daß für $\mathfrak{w}=0$, d. h. $w_1=w_2=w_3=0$, $w_4=i$

$$\mathfrak{q} = [\mathfrak{p},\mathfrak{r}], \quad (36)$$

wo $\mathfrak{r}$ der Raumvektor ist, der die Punkte x und a verbindet; für den Fall der Ruhe stimmen also die Komponenten des Vektors $\mathfrak{q}$ mit den Ausdrücken (13) für die virtuelle Rotation der gewöhnlichen Mechanik überein. Wir werden daher den auf w normalen Raumzeitvektor q für bewegte Körper als die virtuelle Rotation ansehen: Es sei innerhalb des Fadens L

$$\delta x = q = i(x-a)P^* \quad (37)$$

oder

$$\delta x_\beta = q_\beta = i\sum_\alpha (x_\alpha - a_\alpha)P^*_{\beta\alpha} \quad (37')$$

und außerhalb L sei

$$\delta x = 0. \quad (37'')$$

§ 10. Diese Werte setzen wir in die Integrale δA und δW ein und verlangen, daß diese verschwinden, wie auch der die feste Raumzeitlinie L umgebende Faden F gewählt werde.

Wir dividieren nun δA und δW durch den Querschnitt G des Fadens und lassen dann diesen gegen Null konvergieren. Dann wird offenbar, sofern die äußeren Kräfte endlich und stetig sind,

$$\lim_{G=0}\frac{1}{G}\delta A = 0, \quad (38)$$

weil die δx_α verschwinden, wenn die Punkte x des Fadens gegen die Punkte a der Linie L konvergieren.

δW reduziert sich auf ein Linienintegral längs des Fadens:

$$\lim_{G=0}\frac{1}{G}\delta W = \int i\sum_{\alpha,\beta} S_{\alpha\beta}P^*_{\beta\alpha}\,d\tau, \quad (39)$$

und dieses muß nach (17) und (38) verschwinden für alle virtuellen Rotationen.

Wir schreiben die Summe unter dem Integralzeichen ausführlich hin, indem wir uns erinnern, daß

$$P^*_{\alpha\alpha}=0\ (\alpha=1,2,3,4),\quad P^*_{\alpha\beta}=-P^*_{\beta\alpha},$$
$$P^*_{23}=P_{14},\quad P^*_{31}=P_{24},\quad P^*_{12}=P_{34},$$
$$P^*_{14}=P_{23},\quad P^*_{24}=P_{31},\quad P^*_{34}=P_{12}$$

ist; sie lautet:

$$\begin{aligned} &S_{12}P_{43}+S_{13}P_{24}+S_{14}P_{32}\\ &+S_{21}P_{34}\qquad +S_{23}P_{41}+S_{24}P_{13}\\ &+S_{31}P_{42}+S_{32}P_{14}\qquad +S_{34}P_{21}\\ &+S_{41}P_{23}+S_{42}P_{31}+S_{43}P_{12}. \end{aligned}$$

Hier setzen wir die Ausdrücke (35) für die $P_{\alpha\beta}$ ein und ordnen nach den p_α; dann verwandelt sich die Summe in:

$$\begin{aligned} &p_1\{\qquad\qquad w_2(S_{43}-S_{34})+w_3(S_{24}-S_{42})+w_4(S_{32}-S_{23})\}\\ &+p_2\{w_1(S_{34}-S_{43})\qquad\quad +w_3(S_{41}-S_{14})+w_4(S_{13}-S_{31})\}\\ &+p_3\{w_1(S_{42}-S_{24})+w_2(S_{14}-S_{41})\qquad +w_4(S_{21}-S_{12})\}\\ &+p_4\{w_1(S_{23}-S_{32})+w_2(S_{31}-S_{13})+w_3(S_{12}-S_{21})\}. \end{aligned}$$

Die Faktoren der p_α sind nichts anderes als die Komponenten des Vektors

$$V = w(S-S)^*, \quad (40)$$

der in den elektrodynamischen Gleichungen (7) auftrat. Derselbe ist offenbar normal auf w:

$$(V,\overline{w}) = 0. \quad (41)$$

Die Gleichgewichtsbedingung lautet also, daß das längs der Raumzeitlinie L erstreckte Integral

$$\int\sum_\alpha p_\alpha V_\alpha\,d\tau = 0 \quad (39')$$

sein soll für alle Funktionen $p_\alpha(\tau)$, die der Bedingung

$$(p,\overline{w}) = \sum_\alpha p_\alpha w_\alpha = 0 \quad (39'')$$

genügen. Drücken wir, wie in § 8, die p_α durch vier unabhängige Größen aus, derart, daß (39″) identisch erfüllt wird, so können wir auf das Verschwinden des Vektors $V+(V,\overline{w})w$ schließen;

[1]) Bei willkürlichen Werten von $P_{\alpha\beta}$ stellen die Formeln (34″) eine infinitesimale Rotation des vierdimensionalen Raumes um eine beliebige Achse dar; die Formeln (35) beschränken die Lage der Achse derart, daß sie einem mitbewegten Beobachter als räumliche Gerade, ohne zeitliche Komponente, erscheint. Man kann auch von diesem Gedanken bei der Definition der virtuellen Rotationen ausgehen.

wegen (41) aber folgt daraus, daß längs der Linie L

$$V = 0 \qquad (42)$$

ist, und da L eine beliebige Linie ist, gilt diese Gleichung überall.

Damit ist die Behauptung bewiesen, daß die Minkowskischen Gleichungen (7) die Bedingungen des Gleichgewichts der Volumelemente gegenüber virtuellen Rotationen darstellen.

Zur Aufstellung der vollständigen Elastizitätstheorie fehlt jetzt noch eine Methode, um die Spannungen in einer gegen die Lorentz-Transformationen kovarianten Weise mit den Deformationen in Beziehung zu setzen, durch die sie erzeugt werden. Ich werde demnächst zeigen, daß man wiederum durch Verallgemeinerung eines in der Elastizitätslehre wohlbekannten Prinzips diesen Zusammenhang herstellen kann.

(Eingegangen 8. Mai 1911.)

Ionenbeweglichkeit in Gasen. I.

Von Max Reinganum.

1. Theorie.

Es ist die auffallende Tatsache gefunden worden, daß schwere Ionen, wie die von Methyljodid, Quecksilberjodid[1]) oder radioaktive Restatome[2]) in leichten Gasen ungefähr dieselbe Beweglichkeit haben, wie die Ionen der leichten Gase selbst. Eine vollständig befriedigende Erklärung dieser Tatsache steht bisher aus. Nun hat zwar Wellisch[3]), da die genannten großen Beweglichkeiten nicht mit einer früher von ihm aufgestellten Theorie[4]) verträglich sind, die mit normalen Molekulargrößen der Ionen rechnet, zu einer Theorie seine Zuflucht genommen, die im wesentlichen darin besteht, daß die fremden Ionen in einem Gase nicht dauernd ihre Ladung behalten sollen, sondern sie bald und fast dauernd an die Gasmoleküle abgeben. Diese sollen dann den größten Teil des Stromtransportes besorgen und auch zum Teil die fremden, nunmehr ungeladenen Ionen mitschleppen. Dem Verfasser scheint aber diese Vorstellung zu unnötigen Komplikationen bisher einfacher Tatsachen, namentlich auf dem Gebiete der Radioaktivität, zu führen.

Im folgenden soll nun gezeigt werden, daß, wenn man eine strengere Formel der kinetischen Gastheorie, als die von Wellisch in seinen zuerst erwähnten Abhandlungen benutzte, zugrunde legt, die großen Beweglichkeiten schwerer Ionen in leichten Gasen zwanglos selbst dann noch folgen, wenn man allen Ionen normale Molekulargrößen zuschreibt. Wir schließen uns an eine von Langevin entwickelte Theorie an[1]).

Gewöhnlich versteht man (so auch Wellisch) unter der „Formel von Langevin" für die Ionenbeweglichkeit k die Beziehung[2]):

$$k = \frac{el}{m_1 v}. \qquad (1)$$

Es bedeutet e die Ladung des Ions, m_1 die Masse desselben, l die mittlere Weglänge, v die mittlere molekulare Geschwindigkeit desselben. Diese Gleichung wollen wir aber nicht als Formel von Langevin bezeichnen, sie kehrt übrigens in allen Theorien der elektrischen Leitung wieder, ob sich dieselben auf Elektrolyten, Elektronen in Metallen oder Gasionen beziehen. Ihr Mangel ist, daß der Zahlenfaktor der rechten Reihe in Wirklichkeit nicht streng Eins ist, sondern mit dem Massenverhältnis von Ion zu den Molekülen variiert, wenn man wenigstens für die mittlere Weglänge l die einfache kinematische Bedeutung beibehalten will. In der Theorie von Wellisch ist nun die Formel (1) verwendet.

Wir wollen unter der Gleichung von Langevin vielmehr eine andere verstehen, die er später (l. c. 1905) auf der viel strengeren Grundlage der Maxwellschen Grundgleichungen für die kinetische Gastheorie abgeleitet hat. Diese Formel lautet (ib., S. 281):

$$k = \frac{3e\sqrt{\dfrac{h\,(m+m_1)}{\pi m m_1}}}{32\,n\cdot s^2\cdot\mu\cdot\Upsilon(\mu)}. \qquad (2)$$

Hierin bedeutet m die Masse des Gasmoleküls, n die Zahl der Gasmoleküle in der Volumeneinheit, $s = a_1 + a$ die Radiensumme des kugelförmig gedachten Ions und Moleküls. Ferner ist

$$h = \frac{n}{2p}; \quad p = \frac{RTnm}{M}, \qquad (3)$$

wo p der Druck des Gases ist. In der 2. Gleichung (3) bedeutet daher R die Gaskonstante, T die absolute Temperatur, M das Molekulargewicht des Gases. Vorausgesetzt ist in den Gleichungen (3), daß man den Druck der Ionen

1) E. M. Wellisch, The passage of electricity through gaseous mixtures. Proc. Roy. Soc. London, A. **82**, 500—517, 1909.
2) J. Franck, Verh. d. D. phys. Ges. **11**, 397—405, 1909.
3) E. M. Wellisch, Über die Vorgänge beim Transport des aktiven Niederschlags. Verh. d. D. phys. Ges. **13**, 159—171, 1911.
4) E. M. Wellisch, The mobilities of the ions produced by Röntgen Rays in gases and vapours. Phil. Transact. of the London Roy. Soc. **209**, 240—279, 1909.

1) P. Langevin, Une formule fondamentale de théorie cinétique. Ann. d. Chim. et de Phys. [8] **5**, 245—288, 1905.
2) P. Langevin, L'ionisation des gaz. Ann. de Chim. et de Phys. [7] **28**, 289—384, 1903, speziell S. 336.

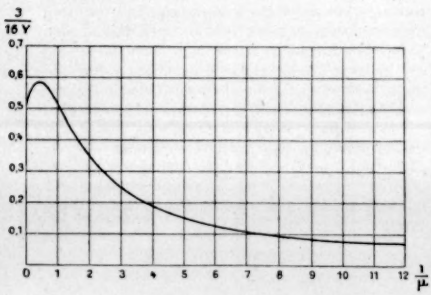
gegen den Druck des Gases vernachlässigen darf, was bei Gasionisation natürlich erfüllt ist.

Ferner enthält die Gleichung (2) zwei Größen μ und $Y(\mu)$. Diese hängen mit der Vorstellung zusammen, daß die Anziehungskräfte zwischen Ion und Molekül dieselben sind, wie zwischen einer Elementarladung im Mittelpunkt des Ions und einer dielektrischen Kugel (dem Molekül). Bezeichnet K die Dielektrizitätskonstante des Gases, so ist nach Langevin:

$$\mu = \sqrt{\frac{(K-1)e^2}{8\pi p s^4}}. \qquad (4)$$

μ hängt bei konstantem Volumen wegen p von der Temperatur ab. Die Funktion Y ergibt sich als Funktion von μ als das Resultat einer Anzahl elliptischer und zum Schluß graphischer Integrationen. Das Resultat wird auch nur als Kurve mitgeteilt, bei der $\frac{1}{\mu}$ als Abszisse und $\frac{3}{16\,Y}$ als Ordinate verwandt wird.

Die diesbezügliche Fig. 7 von Langevin ist folgende:



Es ist klar, daß der rein graphisch gegebene Teil der Gleichung (2) die Anwendung der interessanten Langevinschen Theorie erheblich erschwert, und eine solche ist daher meines Wissens auch nur in ganz geringem Umfange, und zwar von Langevin selbst in der zitierten Abhandlung, für Luftionen gegeben worden. Es ist mir nun vor einigen Jahren anläßlich einer gastheoretischen Untersuchung gelungen, die Kurve Fig. 1 in einer verhältnismäßig einfachen Formel vollständig innerhalb der Zeichnungsgenauigkeit derselben zusammenzufassen[1]). Dieselbe lautet:

$$\frac{3}{16\,Y} = \frac{3\mu}{4\left(1 + 1{,}485\mu \cdot 10^{-\frac{0{,}5253}{\mu}}\right)}. \qquad (5)$$

Wir prüfen die Formel durch einen Vergleich mit den Kurvenwerten. Sie liefert das Maximum der Kurve an der Stelle $\frac{1}{\mu} = 0{,}465$, und die Höhe des Maximums zu 0,580. Ferner gibt sie für folgende Werte von $\frac{1}{\mu}$ die beistehenden Werte von $\frac{3}{16\,Y}$:

$\frac{1}{\mu}$	$\frac{3}{16\,Y}$
0	0,505
1	0,520
2	0,352
3	0,247
4	0,187
5	0,150
8	0,0938
12	0,0625

Wie man sieht, gibt sie also vollständige Übereinstimmung mit den Werten der Zeichnung.

Führen wir (5) in Gleichung (2) ein, so erhalten wir die Formel für die Ionenbeweglichkeit jetzt in der geschlossenen übersichtlichen Form:

$$k = \frac{3e\sqrt{\frac{\pi(m+m_1)}{hmm_1}}}{8 \cdot ns^2\left(1 + 1{,}485\mu \cdot 10^{-\frac{0{,}5253}{\mu}}\right)}. \qquad (6)$$

Es ist nun ohne weiteres ersichtlich, daß durch das 2. Glied der geschweiften Klammer der Einfluß der Kräfte zwischen Ion und Molekülen zum Ausdruck gebracht wird. Es ist dies übrigens qualitativ vollständig im Einklang mit der von Sutherland und dem Verfasser schon lange verschiedenen Berechnungen zu Grunde gelegten Anschauung, daß die Vergrößerung der Stoßzahl durch die Anziehungskräfte auf die molekularen Phänomene so wirkt, als wäre der Molekularradius in bestimmter, von der Temperatur abhängiger Weise vergrößert. Ist $\mu = 0$, so erhalten wir die Beweglichkeit rein elastischer Kugeln von der Masse m_1 und der Ladung e zwischen unelektrischen elastischen Kugeln der Masse m und der Dielektrizitätskonstante 1. Die Formel wird dann identisch mit einer, die man aus der Stefanschen Diffusionstheorie[1]) ableiten kann.

In bezug auf (6) ist noch zu bemerken, daß die Gleichung natürlich auch noch gilt, wenn man die Vorstellung von Langevin über das Zustande-

1) Mitgeteilt, jedoch mit unbestimmt gelassenen Konstanten, durch K. Rappenecker. Über die Reibungskoeffizienten von Dämpfen und ihre Abhängigkeit von der Temperatur. Dissertation, Freiburg i. Br. 1909. — Zeitschr. f. phys. Ch. **72**, 711, 1910.

1) J. Stefan, Wiener Ber. **65** (2), 330, 1872.

kommen der Anziehung zwischen Ion und Molekül nicht zugrunde legt, sondern nur insoweit von seinem Ansatz Gebrauch macht, daß man eine Anziehung umgekehrt proportional der 5. Potenz der Entfernung r annimmt. Dann tritt an Stelle der potentiellen Energie K' von Langevin

$$K' = \frac{-(K-1)\,e^2}{8\pi n r^4}, \qquad (7)$$

der allgemeinere Wert

$$K' = \frac{-F}{r^4}, \qquad (8)$$

worin wir F als Potentialkonstante bezeichnen wollen.

Der Wert (7) von K' stellt übrigens nur das Hauptglied einer Reihe dar, die von Langevin durch Entwicklung nach zonalen harmonischen Funktionen erhalten wurde. Die ganze Reihe lautet (Langevin, loc. cit. 1903, S. 317 bis 320, Anm.):

$$K' = \frac{(K-1)\,e^2}{8\pi n r^4}\left[1 + \frac{K'+2}{K'+{}^3/_2}\frac{a^2}{r^2} + \frac{K'+2}{K'+{}^4/_3}\frac{a^4}{r^4} + \cdots\right]. \qquad (9)$$

Hierin ist K' die Dielektrizitätskonstante der homogen gedachten Kugeln vom Radius a. Sie kann angenähert berechnet werden aus[1]):

$$\frac{K'-1}{K'+2} = \frac{33600(K_0-1)}{V_M},$$

wo V_M das Koppsche Molekularvolumen und K_0 die Dielektrizitätskonstante unter Normalbedingungen bedeutet. K' ist meist von der Größenordnung etwa 2,6 bis 20. Es zeigt sich, daß für die meisten Substanzen für $r = 2a$ das zweite Glied zwischen 0,25 und 0,30 liegt, also für genauere numerische Rechnungen, die z. B. über den Polymerisationsgrad der Ionen entscheiden sollen, eigentlich nicht vernachlässigt werden darf.

Wir führen nun den Wert (4) für μ in Gleichung (6) ein, ersetzen die Massen m_1 und m durch die Molekulargewichte M_1 und M von Ion und Molekül. Wir berücksichtigen ferner die Gleichungen (3), wählen die absolute Gaskonstante zu $8{,}32 \cdot 10^7$, drücken p in mm Quecksilber aus und bilden durch Division mit 300 die Beweglichkeit pro Volt Spannungsgefälle. Dann ergibt sich die Ionenbeweglichkeit:

$$k = \frac{0{,}003480\, e\sqrt{T\left(\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M}\right)}}{p\left\{s^2 + \frac{8{,}120\cdot 10^{-3} e\sqrt{K-1}}{\sqrt{p}}\, 10^{-\frac{96{,}1\sqrt{p}\,s^2}{e\sqrt{K-1}}}\right\}}. \qquad (10)$$

Hier sind alle etwaigen weiteren Kräfte zwischen Ionen und Molekülen, die auch ohne Ladung vorhanden wären, also die reinen Molekularkräfte, noch vernachlässigt. Sie würden sich als weitere additive Glieder in der Klammer des Nenners bemerkbar machen.

Der Zahlenfaktor 0,00348 der Beweglichkeitsgleichung (2), und damit auch (10), ist noch nicht ganz sicher, vielleicht muß er um ca. 12 Proz. verkleinert werden[1]). Da diese Frage jedoch noch nicht ganz entschieden ist, behalten wir den Zahlenfaktor von (10) an dieser Stelle bei.

Es wird sich bei der Diskussion der Beobachtungen zeigen, daß s^2 im Nenner von (10) neben dem 2. Gliede desselben fast ganz zurücktritt. Wir können daher schon folgendes schließen: In ein und demselben Gase gilt bei verschiedenen Ionen die Proportionalität

$$k \text{ prop.} \sqrt{\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M}}\cdot 10^{-\frac{96{,}1\sqrt{p}\,s^2}{e\sqrt{K-1}}}.$$

Ersetzen wir daher ein leichtes Ion, bei dem etwa $M_1 = M$ war, wenn M das Molekulargewicht des leichten Gases ist, durch ein schweres und etwa kompliziert zusammengesetztes Ion, so wird zwar der erste Faktor (die Wurzel) im Höchstfall auf den 1,414. Teil verkleinert, der zweite Faktor (das Exponentialglied) wächst aber, da der kleinstmöglichste Zentralabstand s zwischen Ion und Molekül zunimmt, wenn der Radius des Ions größer wird. Zum mindesten können wir daher schon sagen, daß qualitative Kompensation beider Einflüsse in Bezug auf die Beweglichkeit k eintreten kann.

2. Anwendung der Theorie auf reine Gase.

Wir versuchen zunächst Anwendung der Gleichung (10) auf die Ionen in reinen Gasen. Bezeichnet x das Verhältnis des Ionendurchmessers zum Molekulardurchmesser, so können wir das Molekulargewicht des Ions, wie es auch Langevin tut, angenähert

1) Es ist nämlich

$$\frac{K-1}{K+2}\,\frac{1}{\varrho}$$

unabhängig von der Dichte ϱ. Bezeichnet man mit β das von 1 g wirklich eingenommene Volumen, so ist $\beta = \frac{0{,}22}{\varrho_s}$, wo ϱ_s die Dichte beim normalen Siedepunkt bedeutet (siehe das von Rappenecker, l. c. S. 714 an Benzol gefundene Resultat). Also ist

$$\frac{(K'-1)\,0{,}22}{(K'+2)\cdot\varrho_s} = \frac{(K_0-1)\,22412}{(K_0+2)\,M},$$

woraus die obige Gleichung folgt, wenn man K_0 neben 2 gleich 1 setzt.

1) M. Reinganum, Studie zur Elektronentheorie der Metalle. Heidelberger Ak. Sitz. Ber. 10. Abh. S. 12, 1911.

$$M_1 = x^3 M$$

schreiben. Bezeichnen wir mit s_0 den Durchmesser des normalen Moleküls, den wir als durch die Gastheorie gegeben betrachten, so ist ferner

$$s = \frac{s_0(1+x)}{2}$$

und Einsetzen der beiden letzten Gleichungen in (10) erlaubt, sowohl den Ionenradius $\frac{x s_0}{2}$, wie den Polymerisationsgrad x^3 des Ions bei bekannter Ionenbeweglichkeit zu berechnen. Durch die entsprechende graphische Ermittlung fand Langevin für die positiven Ionen der Luft bei Zimmertemperatur ungefähr $x^3 = 27$, d. h. eine sehr beträchtliche „Clusterbildung". Führt man die entsprechende Rechnung nach Gleichung (10) durch, so zeigt sich in dem Verhalten der schwer koerziblen Gase und der ungesättigten Dämpfe ein sehr wesentlicher Unterschied. Bei den Gasen tritt das zweite Glied des Nenners, d. h. die scheinbare Vergrößerung des Ionenquerschnitts durch die dielektrische Anziehung, ganz zurück neben dem ersten Gliede s^2, d. h. neben der wahren Vergrößerung durch Anlagerung von Molekülen. Bei den Dämpfen dagegen folgt nur eine ganz geringe Clusterbildung (zum Teil beinahe normale Molekulargröße des Ions), während das zweite Glied, die dielektrische Anziehung des Ions, ganz bedeutend über das erste s^2 überwiegt. Diese Verschiedenheit scheint nun ihrem Sinne nach recht unwahrscheinlich zu sein und darauf hinzudeuten, daß die Theorie noch einer Verbesserung bedarf.

Wir führen daher die Theorie versuchsweise unter der Annahme durch, daß immer $M_1 = M$, d. h. alle Ionen normale Molekulargröße haben, da das Verhalten der Dämpfe dies nahelegt. Dann läßt sich eine notwendige, allerdings nicht sehr große Korrektur der Gleichung (10) leicht einführen. s^2 wird scheinbar nicht nur durch die dielektrische Anziehung von Ion und Molekülen, sondern auch durch die gewöhnlichen Molekularkräfte des Ions auf die Moleküle vergrößert. Dieser Anteil läßt sich aber für $M = M_1$ aus der Gastheorie berechnen, und zwar wird am einfachsten das erste Glied des Nenners s^2 durch $s^2 e^{\frac{c'}{T}}$ ersetzt[1]). Hier ist c' ungefähr die halbe kritische Temperatur T_c des Gases[2]).

1) M. Reinganum, diese Zeitschr. **2**, 241—245, 1901; Ann. d. Phys. 10, 334—353, 1903; **28**, 142—152, 1909.

2) S. auch K. Rappenecker, loc. cit., S. 716. Die Korrektion $e^{\frac{c'}{T}}$ ist z. B. durchaus nötig, um aus der Gastheorie konstante Werte der Loschmidtschen Zahl zu erhalten.

Für $T = 288$ läßt sich also

$$s^2 e^{\frac{c'}{T}} = s^2 \cdot 10^{0{,}000754\, T_c}$$

schreiben.

Es werde ferner $p = 760$ mm gesetzt, so daß für k die auf Atmosphärendruck reduzierten Beweglichkeiten zu nehmen sind. Als Mittelwert der Temperatur T wurde 288 oder 15° C genommen.

Das Elementarquantum e wählen wir zu $4{,}65 \cdot 10^{-10}$ el.-st. Einh. Ferner berücksichtigen wir noch, daß die Dielektrizitätskonstante K mit derjenigen bei 0° C, die mit K_0 bezeichnet werden möge, nach der Gleichung zusammenhängt (für Gase streng, für Dämpfe genügend genau):

$$\frac{K-1}{K_0-1} = \frac{273}{T} = \frac{273}{288}.$$

Einführung der genannten Festsetzungen ergibt:

$$k = \frac{1{,}409 \cdot 10^{-12}}{\sqrt{M}\left[s^2 10^{0{,}000754\, T_c} + \frac{1{,}333 \cdot 10^{-13}\sqrt{K_0 - 1}}{5{,}853 \cdot 10^{12} s^2 \; 10\sqrt{K_0 - 1}}\right]} \qquad (11)$$

oder

$$k = \frac{1{,}409 \cdot 10^{-12}}{\sqrt{M}\left[s^2 e^{\frac{c'}{T}} + \frac{A}{10^B}\right]} = \frac{1{,}409 \cdot 10^{-12}}{\sqrt{M} \cdot S^2}, \qquad (12)$$

wo A, B und S^2 leicht ersichtliche Abkürzungen bedeuten.

Wir können S^2 als den scheinbaren Ionenquerschnitt, $s^2 e^{\frac{c'}{T}}$ als den scheinbaren Molekularquerschnitt des Ions und s^2 als seinen wahren Querschnitt bezeichnen, indem wir vom Faktor $4/\pi$ absehen und die Annahme $M_1 = M$ berücksichtigen.

Wir wollen nun nicht so weiter vorgehen, daß wir aus (11) die Beweglichkeiten berechnen, sondern wir berechnen umgekehrt aus den beobachteten Beweglichkeiten nach (12) die Größe S^2, und vergleichen sie mit dem theoretischen Wert S^2_{th}, der aus der Gleichung folgt:

$$S^2_{th} = s^2 \cdot 10^{0{,}000754\, T_c} + \frac{1{,}33^3 \cdot 10^{-13}\sqrt{K_0 - 1}}{5{,}853 \cdot 10^{12} \cdot s^2 \; 10\sqrt{K_0 - 1}}. \qquad (13)$$

Den Tabellen 1 und 2 liegen nur positive Ionenbeweglichkeiten zugrunde, da hier bei negativen Ionen mögliche Anomalien wegfallen. Und zwar ist k^+ für O_2 von Zeleny bestimmt, für Ar, He, N_2 von Franck und Pohl, für die übrigen Dämpfe ist k^+ der schönen

Tabelle 1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	M	$k+$	V_M	$(K_0-1)\,10^4$	$A\cdot 10^{16}$	10^B	$\frac{A\cdot 10^{16}}{10^B}_{\text{th}}$	$\frac{A\cdot 10^{16}}{10^B}_{\text{exp.}}$	C	$\Gamma\cdot 10^4$	Z
He	4	5,09	27	0,74	11,5	2,99	3,85	42	4,6	14,8	10,9
H_2	2	6,02	25	2,6	21,5	1,74	12,4	53	3,0	20,8	4,3
N_2	28	1,27	33	5,9	32,4	1,56	20,8	65	2,4	28,1	3,1
CO	28	1,10	33	6,9	35	1,51	23,2	75	2,5	37,9	3.2
O_2	32	1,36	26	5,4	30,9	1,49	20,7	56	2,2	20,2	2,7
Ar	40	1,37	28								
CO_2	44	0,81	35	9,6	41,3	1,44	28,7	79	2,2	38,6	2 7
N_2O	44	0,82		10,7							
NH_3	17	0,74	28	77,0	117	1,12	104	150	1,4	69,2	1,4
SO_2	64	0,44	44								
Aldehyd	44	0,31	56								
C_2H_5Cl	64,5	0,33	72	155,4	166	1,15	144	160	1,1	32,5	1,1
Äthyläther	74	0,29	107	74,2	115	1,32	87	162	1,7	130	1,9
CH_3Br	95	6,29	55								
C_7H_{12}	72	0,36	121								
Methylazetat	74	0,33	86								
Äthylformiat	74	0,30	86								
Azeton	58	0,31	78								
Äthylalkohol	46	0,34	63	94,0	129	1,19	108	187	1,6	150	1,7
Äthylazetat	88	0,31	108								
CH_3J	142	0,21	65								
C_2H_5J	156	0,17	87								
CCl_4	154	0,30	102	42,6	87	1,42	61	90	1,3	35	1,5

Tabelle 2.

1	2	3	4	5	6
	T_c	$s^2\cdot 10^{16}$	$\frac{T_c}{s^2 e^2 T}\cdot 10^{16}$	$S^2\cdot 10^{16}$	$S^2_{\text{th}}\cdot 10^{16}$
He	4,5	7,0	7,1	49,2	11
H_2	35	6,7	7,1	60,0	20
N_2	124	8,0	9,9	74,6	31
CO	137	8,0	10,8	86,1	34
O_2	154	6,8	8,9	65,1	30
Ar	156	7,2	9,4	57,8	
CO	304	8,3	14,1	93,2	43
N_2O	310				
NH_3	404	7,2	14,4	164	
SO_2	429	9,7	20,4	142	
Aldehyd	454	11,4	25,1	244	
C_2H_5Cl	458	13,2	29,2	189	173
Äthyläther	467	17,5	39,4	201	126
CH_3Br	467	11,3	25,4	177	
C_7H_{12}	470	19,0	42,9	164	
Methylazetat	507	15,2	36,4	176	
Äthylformiat	507	15,2	36,4	194	
Azeton	511	14,2	34,5	511	
Äthylalkohol	513	12,3	30,0	217	138
Äthylazetat	522	17,6	43,5	172	
CH_3J	528	12,6	31,5	200	
C_2H_5J	554	15,3	40,0	236	
CCl_4	557	17,0	44,7	135	106

Experimentaluntersuchung von Wellisch[1]) entnommen. Aus letzterer rühren auch die benutzten Werte für $K_0 - 1$ her. Für Helium ist der Wert von Hochheim für K_0 eingeführt. (Verh. D. phys. Ges. **10**, 446, 1908.)

Tabelle 1 enthält die Ionenbeweglichkeiten und verwandten Molekulargewichte, Tabelle 2 in Reihe 5 die hieraus resultierenden scheinbaren Ionenquerschnitte S^2. Es ist von Interesse, daß dieselben um ein Vielfaches größer sind als die wahren Molekularquerschnitte s^2, die nach der Gastheorie folgen[1]), und in der 3. Kolumne

1) Wellisch, London Transact. Roy. Soc., loc. cit., S. 269.

1) Dieselben sind unter der Voraussetzung berechnet, daß die wahre Raumerfüllung wie bei Benzol beim normalen Siedepunkt 0,223 ist (Rappenecker, l. c., S. 714). Für die Molekularvolumina V_M (Kol. 4, Tab. 1) beim Siede-

derselben Tabelle enthalten sind, wie auch viel größer als die durch die gewöhnlichen Molekularkräfte scheinbar vergrößerten Molekularquerschnitte, die in Kolumne 4 der Tabelle stehen.

Wir gehen nun zur theoretischen Bestimmung von S^2 über. Die Werte von $K_0 - 1$ enthält die 1. Tabelle Reihe 5, die Einzelwerte von A, 10^B und $\frac{A}{10^B}$ sind daselbst in den Reihen 6 bis 8 enthalten. Den experimentellen Wert von $\frac{A}{10^B}$, d. h. die Differenz von S^2 nach (12) und von $s^2 \cdot 10^{0{,}000754\ Te}$, gibt die Spalte 9 daselbst. In Tabelle 2 steht in Spalte 6 der Wert S^2_{th} nach (13) neben dem experimentellen Wert von S^2.

Man sieht, daß die S^2_{th} zum Teil weit unter den experimentellen Werten bleiben, d. h., daß sich mit der Vorstellung, daß die typischen Kräfte der Ionen auf die Moleküle dielektrischer Natur sind und gleichzeitig die Molekulargröße der Ionen die normale ist, ferner die Annäherung des Ionenzentrums zum Molekülzentrum gerade bis auf Molekulardurchmesser erfolgt, zum Teil viel zu große (bis 4,5 mal zu große) Beweglichkeiten berechnen würden, da die Anziehungskräfte namentlich bei den schwer koerziblen Gasen zu klein werden.

Noch erheblicher, als der Unterschied zwischen Spalte 5 und 6 der Tabelle 2, ist natürlich derjenige der Spalten 8 und 9 in der Tabelle 1, da hier die ausgleichende Wirkung des rein molekularen Gliedes fehlt. Hier liegt das Verhältnis des experimentellen zum theoretischen Wert zwischen 11 bei Helium und 1,1 bei Chlorbenzol.

Auffallenderweise sind nun, wie schon am Anfang dieses Abschnittes bemerkt wurde, die größten Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung nicht bei den komplizierten Molekülen, sondern bei den einfachsten, schwer zu verflüssigenden Gasen vorhanden. Wenn man daher die Abweichung zwischen Theorie und Experiment dadurch erklären wollte, daß die Ionen aus mehreren, und zwar x^3 normalen Molekülen bestehen, so müßte man annehmen, daß gerade die schwerst verflüssigbaren Gase die kompliziertest zusammengesetzten Ionen bilden, während in hochsiedenden Dämpfen, wie C_2H_5Cl die Ionen nahezu normale Größe hätten. Dieses Verhalten erscheint aber sehr unwahrscheinlich. Namentlich wird man sich nur schwer entschließen können, bei den Edelgasen Helium und Argon Assoziationen am Ion infolge der Ladung anzunehmen.

Wir können daher aus den Tabellen den Schluß ziehen, daß die Gasionen höchstwahrscheinlich normale Molekulargröße haben, daß jedoch durch die zu Grunde gelegte Vorstellung des Zustandekommens der Ionenanziehung die Kräfte namentlich bei den leichten Ionen nur unvollkommen wiedergegeben werden.

(Eingegangen 2. Mai 1911.)

(Schluß folgt.)

punkt sind für die leichteren Gase die experimentellen Werte genommen, die Dämpfe dagegen sind nach der Koppschen Regel berechnet. Durch die systematische Abweichung der leichten Gase vom Gesetz der übereinstimmenden Zustände werden daher für diese die so gewonnenen Werte s^2 reichlich groß, etwas größer als direkt etwa aus der inneren Reibung.

Die Gradation von Bromsilbergelatineschichten im Ultraviolett.

Von Erich Stenger.

Entgegen der von Eder[1]) ausgesprochenen Ansicht, daß „streng genommen jede photographische Platte eine besondere charakteristische Schwärzungskurve für die einzelnen Strahlen verschiedener Wellenlängen hat", fanden zuerst J. Precht und E. Stenger[2]) in einer der photographischen Praxis angepaßten Versuchsanordnung, daß der Verlauf der hinter Dreifarbenfiltern gewonnenen Gradationskurven ungefärbter und gefärbter Bromsilbergelatineschichten parallel zu nennen ist. Das gleiche Ergebnis wurde von E. Stenger[3]) erhalten und ausführlich besprochen, als er auf ungefärbte oder gefärbte Schichten spektral zerlegtes Licht wirken ließ. Der praktische Beweis gleicher Gradation verschieden gefärbter Lichtbezirke auf ungefärbten Bromsilbergelatineschichten wurde von E. Stenger[4]) erbracht durch Dreifarbenaufnahmen auf gewöhnlichen Bromsilbergelatineplatten. Der durch verbesserte Versuchsanordnung absolut einwandfreie Beweis der Parallelität der Gradationskurven verschiedener Wellenlänge wurde später von Gotthelf Leimbach[5]) geliefert, indem er die Schwärzungen auswertete, welche durch eine in absolutem Maß gemessene Lichtstrahlung eines bestimmten Wellenlängenbereichs im sichtbaren Spektrum hervorgebracht wurden.

Die Untersuchungen von Precht und Stenger beschränken sich auf die drei Lichtbezirke, wie sie von Filtern für Dreifarbenaufnahmen geliefert werden; Stenger wertete in seiner

1) Ausführliches Handbuch, III, 5. Aufl., S. 272.
2) Revue Suisse de Photographie **17**, 129 ff., 1905, siehe auch diese Zeitschr. **6**, 329 ff., 1905.
3) Zeitschr. f. Reproduktionstechnik **8**, Heft 3—5, 1906.
4) Zeitschr. f. Reproduktionstechnik **7**, 86, 1905.
5) Zeitschr. f. wissensch. Photographie **7**, 157, 181, 1909.

späteren Arbeit die Schwärzungen aus, welche von spektral zerlegtem Lichte der Wellenlängen 375 bis über 600 hinaus erzeugt wurden, je nach dem durch Sensibilisierung erhaltenen Empfindlichkeitsbereich. Leimbach führte seine Messungen zwischen den Wellenlängen 415 und 700 aus. Gelegentlich einer astronomisch-photographischen Untersuchung[1]) war es von Interesse, die Gradation von Bromsilbergelatineschichten im Ultraviolett mit derjenigen sichtbarer Lichtstrahlen zu vergleichen. Die Versuchsanordnung in bezug auf die Aussonderung einzelner Spektralbezirke war gegeben durch die bei Mondaufnahmen verwendeten Filter. In der vorliegenden Untersuchung verglich der Verfasser die Wirkung weißen Lichtes, welches ungeschwächt und ohne Einschaltung absorbierender Medien die Plattenschicht traf, mit der Wirkung von Strahlen des gleichen Lichts, welche einmal ein im wesentlichen ultraviolette, einmal orangerote Anteile durchlassendes Filter durchdrangen. Die verwendeten Flüssigkeitsfilter (8 mm Schichtdicke, die Küvette für die Ultraviolettbelichtung bestand aus Quarzscheiben, Lichtquelle Zirkonstift in der Sauerstoff-Leuchtgasgebläseflamme) hatten folgende Zusammensetzung:

Für Ultraviolett: { Nitrosodimethylanilin 1:5000, Rhodulinviolett (Bad. Anilin- & Sodafabr.) 1:5000 } Gleiche Teile.

unter Zusatz von Äthylviolett (Bayer) 1:25000 bis zum Stopfen der Rotlücke (Probe für die verwendete Plattensorte im Quarzspektrographen).

Durchlässigkeit dieses Filters: etwa 300 bis 385 $\mu\mu$;

Für Orangerot: { Eosin 1:2000, Uranin 1:2000, Tartrazin 1:100 } Gleiche Teile.

Durchlässigkeit dieses Filters: etwa von D ab nach längeren Wellen.

Zur Untersuchung wurden Perorthoplatten von Perutz verwendet. Plattenstreifen wurden in Scheiners großem Sensitometer belichtet, und zwar

für Ultraviolett: Entfernung von der Lichtquelle 1 m, Belichtung 60 Sek.,

für Orangerot: Entfernung von der Lichtquelle 1 m, Belichtung 15 Sek.,

für Weiß: Entfernung von der Lichtquelle 2 m, Belichtung $^1/_2$ Sek.,

so daß das Belichtungsverhältnis zur Erzeugung einigermaßen gleicher Schwärzungen auf den drei Versuchsplatten betrug:

Ultraviolett : Orangerot : Weiß = 480 : 120 : 1.

Die Platten wurden gemeinsam 5 Minuten lang in Rodinal 5 : 100 entwickelt. Die in Martens Polarisationsphotometer erhaltenen Mes-

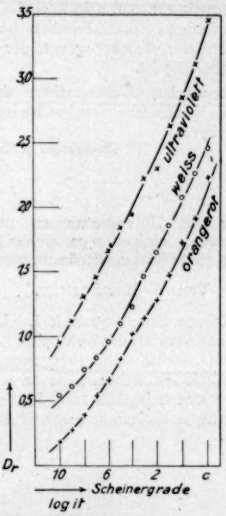


Tabelle.

Scheiner-Grade.	Schwärzungen im Ultraviolett Belichtungs-Verhältn. 480	Orangerot Belichtungs-Verhältn. 120	Weiß Belichtungs-Verhältn. 1
c	3,47	2,23	2,47
b	3,12	1,92	2,27
a	2,87	1,73	2,08
1	2,64	1,47	1,87
2	2,31	1,28	1,65
3	2,23	1,14	1,46
4	1,95	1,02	1,23
5	1,85	0,82	1,10
6	1,67	0,66	0,96
7	1,47	0,54	0,83
8	1,31	0,39	0,74
9	1,12	0,27	0,61
10	0,96	0,18	0,53

sungsergebnisse der Schwärzungen der einzelnen Sensitometerfelder enthält die Tabelle, die graphische Darstellung dieser Ergebnisse die beigegebene Kurvendarstellung. Nur der geradlinig verlaufende Kurvenabschnitt wurde berücksichtigt. Der Einfachheit halber wurde die

1) A. Miethe und B. Seegert, Über qualitative Verschiedenheiten des von einzelnen Teilen der Mondoberfläche reflektierten Lichtes, (II. Mitteilung). Astronomische Nachrichten 1911 (in Druck).

Verschiedenheit der Belichtung (siehe oben) in der Kurvendarstellung außer acht gelassen.

Die Kurvendarstellung zeigt deutlich, wie nach den früheren Versuchen nicht anders zu erwarten war, daß auch im Ultraviolett die Gradation mit derjenigen im sichtbaren Spektrum übereinstimmt, daß also auch im unsichtbaren kurzwelligen Spektralbereich die Gradation bei normaler Belichtung von der Wellenlänge unabhängig ist.

Photochemisches Laboratorium der Kgl. technischen Hochschule Berlin-Charlottenburg am 4. Mai 1911.

(Eingegangen 9. Mai 1911.)

Experimentelle Untersuchungen über die innere Reibung einiger organischer Flüssigkeiten im turbulenten Strömungszustande.

Von Walter Sorkau.

Herr Kollege Bose[1]), zurzeit Direktor des Physikalischen Instituts der Universität La Plata (Argentinien), machte mich im vergangenen Jahre auf eine Arbeit aufmerksam, die er zusammen mit Herrn Rauert im Mai 1909 in dieser Zeitschrift[2]) hatte erscheinen lassen, und die fortzusetzen ihm leider aus Mangel an Zeit und geeigneten Mitarbeitern nicht möglich war. Es handelte sich um gewisse Merkwürdigkeiten, die einige Flüssigkeiten in ihrer inneren Reibung zeigen, wenn sie unter starkem Drucke durch ein Kapillarrohr gepreßt werden. Da Herr Bose erst kürzlich auf seine Arbeit in dieser Zeitschrift[3]) zurückgekommen ist, so erübrigt sich hier an dieser Stelle die Angabe näherer Details. Die Untersuchungen interessierten mich aus molekular-theoretischen Gründen; ich nahm sie daher auf und führte sie in etwas abgeänderter Form weiter. Als Vertreter des Instituto Nacional del Profesorado Secundario habe ich dem Congreso Científico Internacional Americano in Buenos Aires im Juli 1910 einen kurzen Bericht über das angesammelte Material gegeben; wenn die Arbeit auch heute noch nicht zum Abschluß gelangt ist, so möchte ich doch die Zeit meines Aufenthaltes hier in Deutschland dazu benutzen, eine vorläufige Mitteilung in dieser Zeitschrift zu veröffentlichen.

Die meinen Untersuchungen zugrunde liegende Versuchsanordnung ist aus der nachfolgenden Skizze ersichtlich.

Um die verwendete Druckluft möglichst zu trocknen, wurde der Luftkompressionspumpe ein Chlorkalziumröhrchen vorgelegt und der Boden des Windkessels mit einer Schicht von Kaliumhydroxyd bedeckt. Der Druckmessung diente ein Quecksilbermanometer, hinreichend hoch, um bis zu 3 Atmosphären bequem ablesen zu können. Vor Beginn einer Versuchsreihe wurde die Holzleiste, auf der das Manometer montiert worden war, mit Papierstreifen beklebt; auf ihnen wurden Anfang- und Enddruck für jede Einzelbeobachtung mit einem feinen Bleistiftstrich vermerkt, die zusammengehörigen Striche fortlaufend numeriert und die Abstände zwischen ihnen nach Beendigung der Versuchsreihe mit einem in Millimeter geteilten Lineal ausgemessen. Ein hinter dem Manometer in die Druckleitung eingeschalteter Hahn diente dazu, das Druckreservoir abzuschließen, für den Fall, daß es notwendig wurde, die Umschaltungshähne während einer zusammenhängenden Beobachtungsreihe neu zu dichten. Mit Hilfe einer Leitungsverzweigung,

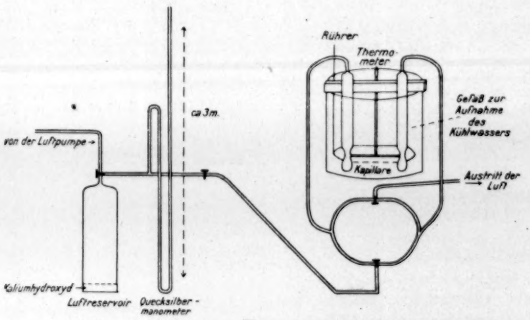


Fig. 1.

1) Inzwischen am 25. V. 1911 gestorben. D. R.
2) 10, 406, 1909.
3) 12, 126—135, 1911.

deren Mechanismus sich ohne weiteres aus der Skizze ergibt, wurde erreicht, daß der Druck abwechselnd auf beide Schenkel des Reibungsapparates gesetzt bezw. daß beide mit der Außenluft nacheinander in Verbindung gebracht werden konnten. Um bei konstanten Temperaturen arbeiten zu können, wurde der Reibungsapparat, befestigt in einem Holzrahmen, der auch das Thermometer trug, in ein großes Glasgefäß gehängt; ein Rührer aus Kupferdraht diente zur Durchwirbelung des Heiz- bezw. Kühlwassers. Bei späteren Versuchen soll die Vorrichtung durch einen geeigneten Thermostaten ersetzt werden, da die beständige Regelung der Temperatur mit dem Rührer recht zeitraubend war. Der Reibungsapparat, den Herr Bose so liebenswürdig war mir zusammenzublasen, da sich in Buenos Aires ein geschickter Glasbläser nicht auftreiben ließ, unterscheidet sich von dem Bose-Rauertschen in zwei Punkten. Zunächst erhielten die Schenkel eine zylindrische Form, um die Druckreduktionsformel in Anwendung bringen zu können; sodann wurde die kurze, winzig enge Kapillare von unbekanntem Durchmesser ersetzt durch ein Stück einer Thermometerkapillare von 5 cm Länge, deren Gleichförmigkeit durch Messung und Wägung zweier Quecksilberfäden festgestellt worden war wie folgt:

Länge des Quecksilberfadens 39 mm;
Gewicht . . . . . 0,0738 g.

Ein Faden von 21 mm Länge müßte 0,0397 g wiegen; gefunden wurde sein Gewicht zu 0,0409 g. Die Differenz kann als von Wäge- und Meßfehlern herrührend betrachtet werden.

Aus den Wägungen ergibt sich in bekannter Weise der Durchmesser der Kapillare zu 0,423 mm.

Mit Hilfe des Achsenkreuzes zweier Fernrohre, die auf einer aufrechten Schiene in einem Abstande von 15,5 cm unverschiebbar montiert worden waren, wurden auf dem rechten Schenkel des Apparates zwei Punkte festgelegt, die als Anfang- und Endmarke für alle Beobachtungen dienten, ungefähr 40 cm² Flüssigkeit entsprechend. Die Zeiten, die der Meniskus einer Flüssigkeit brauchte, um von der oberen zur unteren Marke zu gelangen, wurden mittels einer $^1/_{10}$-Sekundenuhr ermittelt.

Für sämtliche Versuche habe ich die reduzierten Drucke mit der Formel:

$$p_{(\text{reduziert})} = \frac{\left(p_1 + \frac{h_1 \cdot s}{13 \cdot 6}\right) - \left(p_2 - \frac{h_2 \cdot s}{13 \cdot 6}\right)}{\ln\left(\frac{p_1 + \frac{h_1 \cdot s}{13 \cdot 6}}{p_2 - \frac{h_2 \cdot s}{13 \cdot 6}}\right)}$$

berechnet, worin p_1 und p_2 die am Manometer zu Beginn und am Schluß einer Beobachtung abgelesenen Drucke, h_1 und h_2 die Abstände der Menisken in beiden Schenkeln bei der Anfang- und Endstellung und s das spezifische Gewicht der untersuchten Flüssigkeit bedeuten. Bei ganz hohen Drucken habe ich auch die weniger genaue Formel

$$p_{(\text{reduziert})} = \frac{\left(p_1 + \frac{h_1 \cdot s}{13 \cdot 6}\right) + \left(p_2 - \frac{h_2 \cdot s}{13 \cdot 6}\right)}{2}$$

herangezogen.

Die bisher untersuchten Flüssigkeiten sind die folgenden:

1. Wasser, bei 15 und 25 Grad Celsius;
2. Äthylalkohol, bei 15 und 25 Grad Celsius;
3. Chloroform, bei 3, 15, 25 und 35 Grad Celsius;
4. Aceton, bei 3, 10,5, 20 und 30 Grad Celsius;
5. Trimethyläthylen, bei 3, 12, 20 und 30 Grad Celsius.

Das Beobachtungsmaterial findet sich in den nachfolgenden Tabellen; die Drucke sind statt in Zentimetern des Quecksilbermanometers in Kilogrammen pro cm² angegeben.

Für die Poiseuillesche innere Reibung einer Flüssigkeit gilt bekanntlich die Beziehung

$$pt = K,$$

wo K eine Konstante bedeutet, deren Größe abhängt von den Dimensionen des Kapillarrohres, von der chemischen Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Menge, deren Durchfluß beobachtet wurde, sowie von der Temperatur, bei der die Beobachtung stattfand. Wählt man daher ein rechtwinkliges Koordinatensystem und trägt die beobachteten Drucke (p) auf der X-Achse und die Produkte aus Druck und zugehöriger Zeit (pt) auf der Y-Achse auf, so erhält man eine Parallele zur X-Achse, welche die Y-Achse in der Entfernung K schneidet. Beim Übergang zur Turbulenz- oder der sogenannten hydraulischen Reibung beginnt das Produkt pt zu wachsen, und man erhält eine je nach der beobachteten Substanz schneller oder langsamer aufsteigende Kurve. Wasser geht rascher in den turbulenten Zustand über als Äthylalkohol, wie ein Blick auf die graphischen Darstellungen Fig. 2 und Fig. 3 zeigt. Im Poiseuilleschen Zustande dünnflüssiger als Alkohol, erreicht es schon bei einem Drucke von etwa 1,6 kg pro cm² dessen Zähigkeit, ein Verhalten, das auch schon Bose und Rauert beobachten konnten; allem Anschein nach überschneidet dann bei Drucken höher als 2,1 kg, zu denen ich bei weiteren Versuchen zu gelangen hoffe, die Wasserkurve die Kurve des Äthyl-

Tabelle 1.

Substanz: Destilliertes Wasser.
Temperatur: 15 Grad Celsius.

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
1	1,9310	29,5	16	1,0404	45,1	31	0,3767	95,7
2	1,8616	30,0	17	0,9930	46,2	32	0,3440	103,4
3	1,7977	30,9	18	0,9494	47,9	33	0,3005	115,2
4	1,7335	31,4	19	0,9290	48,8	34	0,2815	121,0
5	1,6736	32,2	20	0,8776	50,8	35	0,2464	135,8
6	1,6058	33,2	21	0,8192	53,2	36	0,2408	139,7
7	1,5309	34,2	22	0,7660	55,8	37	0,2129	154,3
8	1,4778	34,9	23	0,7367	57,6	38	0,1870	172,0
9	1,4193	36,0	24	0,6911	60,4	39	0,1604	197,2
10	1,3554	37,2	25	0,6520	63,0	40	0,1372	228,3
11	1,2874	38,9	26	0,5694	69,1	41	0,1152	267,0
12	1,2316	39,95	27	0,5348	72,7	42	0,0932	325,2
13	1,1778	40,9	28	0,4902	78,3	43	0,0732	409,7
14	1,1106	42,6	29	0,4535	82,8			
15	1,0717	44,1	30	0,4178	88,6			

Tabelle 2.

Substanz: Destilliertes Wasser.
Temperatur: 25 Grad Celsius.

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
1	1,9433	27,6	17	1,0606	40,8	33	0,4380	75,6
2	1,8740	27,8	18	1,0009	42,0	34	0,4084	79,6
3	1,8045	28,6	19	0,9656	43,5	35	0,3741	84,55
4	1,7406	29,2	20	0,9243	44,7	36	0,3621	87,2
5	1,6970	29,8	21	0,9041	44,95	37	0,3338	92,65
6	1,6387	30,5	22	0,8810	45,9	38	0,3065	99,0
7	1,5816	31,2	23	0,8389	47,7	39	0,2790	106,3
8	1,5220	32,0	24	0,8149	48,5	40	0,2546	114,75
9	1,4652	32,6	25	0,7757	50,35	41	0,2316	123,9
10	1,4100	33,5	26	0,7330	52,4	42	0,2096	135,1
11	1,3554	34,8	27	0,6574	56,6	43	0,1809	152,0
12	1,3048	35,6	28	0,6226	58,9	44	0,1617	168,3
13	1,2520	36,3	29	0,5878	61,0	45	0,1398	189,4
14	1,2039	37,2	30	0,5527	64,2	46	0,1221	214,3
15	1,1537	38,3	31	0,5210	66,9	47	0,1042	246,4
16	1,1028	39,6	32	0,4700	71,6	48	0,0865	294,2

Tabelle 3.

Substanz: Äthylalkohol.
Temperatur: 15 Grad Celsius.

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
1	2,0218	28,4	18	1,1759	42,2	35	0,4746	86,3
2	1,9660	29,2	19	1,1310	43,4	36	0,4420	92,2
3	1,9089	29,6	20	1,1065	44,1	37	0,4073	98,3
4	1,8531	30,3	21	1,0616	45,4	38	0,3801	105,4
5	1,8001	31,2	22	1,0195	46,8	39	0,3475	113,8
6	1,7947	31,3	23	0,9296	50,2	40	0,3189	122,7
7	1,7239	32,1	24	0,8901	52,2	41	0,2890	136,4
8	1,6655	32,7	25	0,8527	53,9	42	0,2754	142,4
9	1,6124	33,4	26	0,8065	56,3	43	0,2479	153,0
10	1,5594	34,1	27	0,7760	58,0	44	0,2342	160,7
11	1,5091	35,2	28	0,7256	61,2	45	0,2097	177,4
12	1,4574	35,8	29	0,6956	63,1	46	0,1798	206,7
13	1,4057	37,0	30	0,6630	65,5	47	0,1484	247,3
14	1,3595	38,0	31	0,6283	68,6	48	0,1253	292,3
15	1,3105	39,0	32	0,5875	72,0	49	0,1034	351,7
16	1,2670	40,0	33	0,5488	77,0	50	0,0807	440,6
17	1,2207	41,1	34	0,5114	81,4	51	0,0599	570,8

Tabelle 4.

Substanz: Äthylalkohol.
Temperatur: 25 Grad Celsius.

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
1	1,9619	27,3	4	1,9157	27,5	7	1,8477	27,0
2	1,9505	25,8	5	1,8613	27,8	8	1,8055	28,6
3	1,9193	27,45	6	1,8504	28,2	9	1,7783	28,8

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
10	1,7430	29,25	27	1,0630	41,4	44	0,4143	85,7
11	1,7035	29,85	28	1,0426	42,2	45	0,3812	91,5
12	1,6573	30,0	29	0,9806	43,95	46	0,3510	97,9
13	1,6518	30,3	30	0,9356	45,2	47	0,3218	105,0
14	1,6002	31,0	31	0,8942	47,0	48	0,2957	113,3
15	1,5621	31,4	32	0,8548	48,35	49	0,2683	122,8
16	1,5417	31,65	33	0,8148	50,5	50	0,2418	133,6
17	1,4873	32,5	34	0,7784	52,0	51	0,2193	147,4
18	1,4805	32,75	35	0,7302	54,4	52	0,1934	163,9
19	1,4696	32,9	36	0,6866	57,3	53	0,1818	173,6
20	1,4302	33,6	37	0,6559	59,2	54	0,1563	200,3
21	1,4003	34,0	38	0,6199	61,8	55	0,1348	229,2
22	1,3635	34,5	39	0,5870	64,4	56	0,1149	266,4
23	1,3241	35,2	40	0,5516	67,7	57	0,0979	313,3
24	1,2561	36,6	41	0,5139	71,5	58	0,0785	386,8
25	1,1663	38,3	42	0,4796	75,9	59	0,0608	504,8
26	1,1296	39,5	43	0,4470	80,3			

Tabelle 5.

Substanz: Chloroform.
Temperatur: 3 Grad Celsius.

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
1	2,1187	27,0	16	1,1382	40,8	31	0,5344	66,8
2	2,0400	27,9	17	1,0947	41,8	32	0,4977	70,0
3	1,9555	27,8	18	1,0493	43,0	33	0,4651	73,3
4	1,8848	28,3	19	1,0066	44,5	34	0,4420	75,4
5	1,8100	29,0	20	0,9627	45,6	35	0,4080	80,0
6	1,7447	30,1	21	0,9193	47,2	36	0,3759	84,8
7	1,6895	29,9	22	0,8825	48,1	37	0,3471	89,2
8	1,6170	30,8	23	0,8437	49,8	38	0,3172	95,2
9	1,5557	31,9	24	0,7956	51,6	39	0,2897	100,8
10	1,4960	32,5	25	0,7569	53,2	40	0,2638	108,2
11	1,4306	33,4	26	0,7214	54,9	41	0,2380	115,7
12	1,3652	35,6	27	0,6874	56,8	42	0,2096	127,3
13	1,3044	37,6	28	0,6534	58,5	43	0,1802	142,0
14	1,2477	38,4	29	0,6119	61,0	44	0,1492	162,8
15	1,1885	39,6	30	0,5704	63,6	45	0,1224	189,8

Tabelle 6.

Substanz: Chloroform.
Temperatur: 15 Grad Celsius.

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
1	2,1542	27,55	20	1,1016	37,7	39	0,4923	67,0
2	2,0828	27,9	21	1,0887	37,75	40	0,4576	70,4
3	2,0148	28,4	22	1,0499	38,8	41	0,4318	72,7
4	1,9489	28,7	23	1,0227	37,7	42	0,4005	76,9
5	1,8686	29,9	24	1,0010	41,3	43	0,3869	78,35
6	1,8061	30,5	25	0,9738	42,55	44	0,3597	82,2
7	1,7415	31,2	26	0,9547	43,4	45	0,3427	85,2
8	1,6789	31,4	27	0,9330	44,3	46	0,3060	92,1
9	1,6143	32,3	28	0,8894	45,5	47	0,2795	97 9
10	1,5518	32,7	29	0,8450	47,3	48	0,2529	104,3
11	1,5069	33,4	30	0,8035	48,8	49	0,2291	112,3
12	1,4498	34,2	31	0,7702	50,15	50	0,2071	120,0
13	1,3981	34,9	32	0,7350	51,7	51	0,1831	130,3
14	1,3464	35,45	33	0,7007	53,2	52	0,1639	143,3
15	1,2893	36,0	34	0,6619	55,2	53	0,1420	158,0
16	1,2362	36,55	35	0,6273	57,0	54	0,1186	181,0
17	1,1859	37,0	36	0,5916	59,6	55	0,0945	215,4
18	1,1506	36,8	37	0,5603	61,4	56	0,0757	255,8
19	1,1397	37,4	38	0,5222	64,4	57	0,0605	313,2

Tabelle 7.

Substanz: Chloroform.
Temperatur: 25 Grad Celsius.

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
1	2,1034	27,3	5	1,8627	29,0	9	1,6464	31,2
2	2,0381	27,8	6	1,8055	29,8	10	1,5975	32,0
3	1,9769	28,35	7	1,7525	30,6	11	1,5458	32,55
4	1,9198	29,0	8	1,6981	30,5	12	1,4941	33,4

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
13	1,4451	33,7	30	0,6591	53,8	47	0,1563	140,5
14	1,3901	34,45	31	0,6195	55,8	48	0,1364	155,5
15	1,3703	35,0	32	0,5749	58,4	49	0,1171	173,2
16	1,3187	35,4	33	0,5423	60,8	50	0,0980	196,8
17	1,2683	36,3	34	0,5078	63,5	51	1,3394	34,8
18	1,2167	36,6	35	0,4899	65,3	52	1,2850	35,8
19	1,1595	38,1	36	0,4570	68,1	53	1,2450	36,65
20	1,1147	38,9	37	0,4257	71,1	54	1,1954	37,5
21	1,0698	39,4	38	0,4026	74,7	55	1,1300	38,3
22	1,0208	40,0	39	0,3669	79,3	56	1,0892	38,8
23	0,9746	40,8	40	0,3399	82,65	57	1,0423	40,0
24	0,9283	41,0	41	0,3128	87,0	58	1,0002	40,4
25	0,8875	41,4	42	0,2869	92.7	59	0,9641	40 7
26	0,8467	42,5	43	0,2656	97,1	60	0,9179	40,9
27	0,7964	46,4	44	0,2411	104,1	61	0,8690	42,0
28	0,7488	49,5	45	0,2186	111,4	62	0,8289	45.7
29	0,7046	51,5	46	0,1972	119,6	63	0,7907	47.4

Tabelle 8.

Substanz: Chloroform.
Temperatur: 35 Grad Celsius.

1	2,2454	26,2	21	1,1423	37,0	41	0,4784	63,5
2	2,1717	26,5	22	1,0960	37,1	42	0,4519	66,0
3	2,1023	26,8	23	1,0581	36,8	43	0,4233	68,7
4	2,0342	27,4	24	1,0063	37,4	44	0,4002	71,7
5	1,9692	27,9	25	0,9554	39,2	45	0,3715	75,0
6	1,9063	28,2	26	0,9092	41,0	46	0,3470	78,6
7	1,8437	29,0	27	0,8622	40,8	47	0,3227	82,5
8	1,7870	29,4	28	0,8604	40,5	48	0,3015	86,7
9	1,7290	30,25	29	0,8278	42,1	49	0,2776	90,0
10	1,6754	30,4	30	0,7942	44,0	50	0,2551	95,8
11	1,6237	31,2	31	0,7639	44,0	51	0,2332	102,0
12	1,5640	31,6	32	0,7285	44,7	52	0,2136	108,4
13	1,5150	32,4	33	0,6973	49,2	53	0,1937	115,7
14	1,4672	31,7	34	0,6660	51,3	54	0,1745	124,4
15	1,4210	31,6	35	0,6357	53,0	55	0,1567	134,0
16	1,3722	32,1	36	0,6089	54,2	56	0,1405	145,4
17	1,3110	33,1	37	0,5816	55,6	57	0,1237	162,8
18	1,2970	34,7	38	0,5577	57,6	58	0,1072	175,7
19	1,2266	34,5	39	0,5317	59,3	59	0,0906	201,8
20	1,1803	36,6	40	0,5090	61,0			

Tabelle 9.

Substanz: Aceton. Temperatur: 3 Grad Celsius.

1	2,2274	19,5	17	1,1831	26,0	33	0,5208	46,8
2	2,1459	19,8	18	1,1342	26,6	34	0,4821	49,1
3	2,0425	20,2	19	1,0872	27,55	35	0,4474	51,6
4	1,9786	20,8	20	1,0403	29,2	36	0,4113	54,3
5	1,9022	20,5	21	0,9961	30,2	37	0,3774	57,4
6	1,8365	21,3	22	0,9499	36,5	38	0,3475	60,6
7	1,7700	21,8	23	0,9064	31,8	39	0,2930	67,6
8	1,7045	21,8	24	0,8547	33,1	40	0,2652	72,6
9	1,6387	21,9	25	0,8125	34,8	41	0,2385	77.7
10	1,5780	22,4	26	0,7731	35,4	42	0,2120	85,0
11	1,5197	23,0	27	0,7350	37.5	43	0,1777	96,1
12	1,4476	24,0	28	0,6969	38,6	44	0,1540	106,4
13	1,3945	23,7	29	0,6608	40,2	45	0,1259	122,5
14	1,3402	24,4	30	0,6294	41,1	46	0,0959	156,2
15	1,2885	24,8	31	0,5922	43,0	47	0,0670	199,5
16	1,2318	25,4	32	0,5453	44,6			

Tabelle 10.

Substanz: Aceton. Temperatur: 10,5 Grad Celsius.

1	2,2032	18,6	5	2,0495	20,9	9	1,8414	20,0
2	2,1515	18,8	6	1,9938	19,8	10	1,7925	20,5
3	2,1270	18,6	7	1,9407	19,8	11	1,7462	20,7
4	2,1121	19,2	8	1,8890	19,8	12	1,7000	20,9

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
13	1,6510	22,0	30	1,2170	26,5	47	0,6949	37,8
14	1,6048	21,5	31	1,2131	26,2	48	0,6433	39.4
15	1,5640	22,0	32	1,1858	24,7	49	0,6418	39,2
16	1,5640	21,4	33	1,1659	26,8	50	0,5990	41.4
17	1,5232	22,4	34	1,1233	27,7	51	0,5535	43.6
18	1,5055	22.2	35	1,0770	28,0	52	0,5154	45,6
19	1,4824	22,2	36	1,0457	28,4	53	0,4792	47.7
20	1,4484	24,6	37	1,0008	28,8	54	0,4310	51,4
21	1,4226	22,8	38	0,9696	29,3	55	0,3971	54,0
22	1,3858	23,6	39	0,9288	29,3	56	0,3664	56,8
23	1,3810	24,0	40	0,8906	29,8	57	0,3392	59,8
24	1,3464	23,8	41	0,8513	31,1	58	0,3100	63.4
25	1,3259	23,2	42	0,8187	31,3	59	0,2765	68,6
26	1,3083	23,6	43	0,7832	32,8	60	0,2349	76,4
27	1,2797	26,0	44	0,7466	33,2	61	0,2142	81,5
28	1,2756	25,1	45	0,7153	34.4	62	0,1870	88,6
29	1,2471	26,4	46	0,7112	37,0	63	0,1598	99.3

Tabelle 11.

Substanz: Aceton.
Temperatur: 20 Grad Celsius.

1	2,2685	18,7	19	1,1907	25,6	37	0,5576	42,0
2	2,1937	19,5	20	1,1492	27,2	38	0,5370	43,6
3	2,1257	19,6	21	1,1084	25,9	39	0,4991	45,0
4	2,0427	20,0	22	1,0676	25,8	40	0,4672	47,0
5	1,9761	20,4	23	1,0268	27,0	41	0,4434	48,5
6	1,9094	20,2	24	0,9880	29,7	42	0,4189	50,5
7	1,8469	20,5	25	0,9472	29,8	43	0,3903	52,8
8	1,7843	21,2	26	0,9112	30,0	44	0,3645	55,1
9	1,7082	21,4	27	0,8758	31,4	45	0,3373	57,9
10	1,6510	21,8	28	0,8405	31,4	46	0,3135	60,6
11	1,5960	21,95	29	0,8051	32,0	47	0,2890	64,2
12	1,5422	22,3	30	0,7752	32,5	48	0,2672	67,8
13	1,4906	22,5	31	0,7256	33,5	49	0,2455	71,8
14	1,4389	23,0	32	0,6903	34,4	50	0,2237	76,6
15	1,3913	23,2	33	0,6657	34,4	51	0,2002	81,9
16	1,3460	23,7	34	0,6412	35,4	52	0,1784	88,7
17	1,2988	23,6	35	0,6134	37,5	53	0,1581	97,3
18	1,2390	24,4	36	0,5821	37,2	54	0,1376	106,2

Tabelle 12.

Substanz: Aceton.
Temperatur: 30 Grad Celsius.

1	2,1365	19,7	24	1,3505	23,3	47	0,5997	35,5
2	2,0930	20,1	25	1,3178	24,1	48	0,5712	37,6
3	2,0754	19,7	26	1,2743	23,9	49	0,5453	38,3
4	2,0482	19,8	27	1,2417	24,7	50	0,5358	38,3
5	2,0128	19,8	28	1,2131	25,0	51	0,5127	39.4
6	1,9774	19,8	29	1,1723	25,4	52	0,4869	47,6
7	1,9774	19,8	30	1,1206	25,5	53	0,4533	46,2
8	1,8999	20,6	31	1,0975	26,3	54	0,4319	47,6
9	1,8428	20,2	32	1,0608	26,5	55	0,4097	49.5
10	1,7966	20,9	33	1,0173	26,3	56	0,3901	51,1
11	1,7367	21,0	34	0,9942	28,5	57	0,3638	53.4
12	1,6946	21,3	35	0,9506	27,4	58	0,3425	55,7
13	1,6524	21,9	36	0,9207	27,7	59	0,3140	58,9
14	1,6116	21,8	37	0,9035	28,2	50	0,2901	62,2
15	1,5735	22,6	38	0,8690	28,6	61	0,2711	65,2
16	1,5368	23,2	39	0,8445	29,0	62	0,2488	68,8
17	1,5246	22,4	40	0,8132	30,8	63	0,2217	74,2
18	1,5028	22,3	41	0,7804	31,6	64	0,1986	80,2
19	1,4974	22,9	42	0,7398	32,3	65	0,1783	85,8
20	1,4674	22,8	43	0,7072	32,3	66	0,1540	94,6
21	1,4525	22,8	44	0,6800	33,2	67	0,1295	106,2
22	1,4185	23,4	45	0,6528	35,0	68	0,1062	123,5
23	1,3831	23,0	46	0,6242	35,2			

Tabelle 13.

Substanz: Trimethyläthylen.
Temperatur: 3 Grad Celsius.

Nr.	p	t	Nr.	p	t	Nr.	p	t
1	2,1506	18,1	21	1,2217	23,6	41	0,5560	35,5
2	2,0717	18,4	22	1,1836	23,6	42	0,5281	36,2
3	2,0000	19,0	23	1,1455	24,9	43	0,5029	38,2
4	1,9377	18,6	24	1,1074	25,2	44	0,4778	39,5
5	1,8758	19,6	25	1,0666	25,0	45	0,4546	40,1
6	1,8214	19,2	26	1,0313	25,2	46	0,4342	41,3
7	1,7874	19,5	27	1,0014	25,8	47	0,4111	45,1
8	1,7262	20,6	28	0,9687	26,6	48	0,3853	46,6
9	1,6827	20,2	29	0,9361	27,5	49	0,3605	48,9
10	1,6378	20,6	30	0,9062	27,1	50	0,3348	51,4
11	1,5957	20,9	31	0,8735	27,4	51	0,3104	54,0
12	1,5549	21,6	32	0,8354	27,3	52	0,2783	57,8
13	1,5141	21,3	33	0,8028	28,4	53	0,2546	61,6
14	1,4733	22,2	34	0,7702	29,4	54	0,2314	65,2
15	1,4352	22,0	35	0,7430	30,2	55	0,2101	69,5
16	1,3971	22,3	36	0,7103	30,1	56	0,1801	77,2
17	1,3604	22,8	37	0,6777	31,6	57	0,1529	86,4
18	1,3250	22,4	38	0,6369	32,6	58	0,1352	93,9
19	1,2897	23,5	39	0,6097	34,0	59	0,1052	112,0
20	1,2543	23,4	40	0,5838	33,4	60	0,0805	134,0

Tabelle 14.

Substanz: Trimethyläthylen.
Temperatur: 12 Grad Celsius.

1	2,2166	18,1	24	1,1598	23,7	47	0,5276	36,2
2	2,1350	18,4	25	1,1277	23,8	48	0,5018	37,2
3	2,0561	18,0	26	1,0975	24,4	49	0,4760	37,8
4	1,9814	18,5	27	1,0676	24,9	50	0,4542	38,2
5	1,9230	18,5	28	1,0390	24,6	51	0,4297	39,2
6	1,8685	19,2	29	1,0009	24,9	52	0,4025	40,8
7	1,8168	19,4	30	0,9676	25,5	53	0,3780	43,2
8	1,7678	19,6	31	0,9391	26,2	54	0,3522	48,3
9	1,7202	19,8	32	0,9275	25,6	55	0,3277	50,7
10	1,6767	19,95	33	0,9003	27,3	56	0,3046	53,0
11	1,6332	20,3	34	0,8730	27,3	57	0,2815	55,8
12	1,5911	20,7	35	0,8459	27,6	58	0,2605	58,8
13	1,5516	21,0	36	0,8187	28,4	59	0,2400	62,3
14	1,5108	21,4	37	0,7833	28,3	60	0,2196	66,2
15	1,4728	21,0	38	0,7561	29,0	61	0,1979	70,6
16	1,4347	21,8	39	0,7234	29,6	62	0,1775	76,0
17	1,3993	21,7	40	0,6990	30,6	63	0,1584	81,4
18	1,3612	22,2	41	0,6759	29,6	64	0,1407	88,4
19	1,3259	23,0	42	0,6487	32,0	65	0,1202	98,4
20	1,2933	22,6	43	0,6242	32,4	66	0,1032	109,7
21	1,2578	23,3	44	0,5970	34,4	67	0,0833	127,4
22	1,2270	23,4	45	0,5711	32,8	68	0,0667	149,6
23	1,1926	23,4	46	0,5508	35,4			

Tabelle 15.

Substanz: Trimethyläthylen.
Temperatur: 20 Grad Celsius.

1	2,0710	18,6	14	1,4236	21,5	27	1,0388	25,0
2	1,9690	18,6	15	1,3883	22,5	28	1,0116	25,3
3	1,8942	18,9	16	1,3856	22,6	29	0,9844	26,0
4	1,8439	19,2	17	1,3502	22,6	30	0,9509	26,4
5	1,7976	19,6	18	1,3094	22,6	31	0,9327	26,4
6	1,7514	19,6	19	1,2822	23,3	32	0,9028	27,3
7	1,7011	20,1	20	1,2523	23,5	33	0,8783	27,4
8	1,6603	20,2	21	1,2210	23,4	34	0,8565	28,0
9	1,6222	20,4	22	1,1884	24,0	35	0,8239	27,9
10	1,5787	20,6	23	1,1584	23,7	36	0,7967	28,8
11	1,5352	20,9	24	1,1176	24,7	37	0,7668	28,3
12	1,4971	21,5	25	1,0945	25,2	38	0,7396	29,6
13	1,4590	21,8	26	1,0673	24,8	39	0,7124	29,5
40	0,6824	30,7	51	0,5452	40,8	62	0,1863	71,9
41	0,6566	30,6	52	0,3900	41,6	63	0,1669	76,8
42	0,6308	31,9	53	0,3690	42,9	64	0,1505	82,6
43	0,6063	31,4	54	0,3486	43,7	65	0,1335	88,8
44	0,5845	33,3	55	0,3268	46,4	66	0,1178	97,1
45	0,5600	33,9	56	0,3057	51,4	67	0,1021	107,0
46	0,5383	34,0	57	0,2845	54,2	68	0,0857	121,3
47	0,5152	34,7	58	0,2656	56,5	69	0,0706	138,5
48	0,4880	35,7	59	0,2451	59,6	70	0,0581	162,6
49	0,4600	37,2	60	0,2217	63,7			
50	0,4410	37,8	61	0,2030	67,6			

Tabelle 16.

Substanz: Trimethyläthylen.
Temperatur: 30 Grad Celsius.

1	2,2531	17,4	27	1,1706	23,8	53	0,5471	32,8
2	2,1729	18,2	28	1,1428	24,3	54	0,5273	34,2
3	2,0940	17,9	29	1,1162	24,6	55	0,4982	36,6
4	2,0287	18,5	30	1,0890	24,5	56	0,4778	36,4
5	1,9716	18,7	31	1,0618	24,8	57	0,4601	36,5
6	1,9172	18,8	32	1,0373	25,6	58	0,4411	39,0
7	1,8696	18,8	33	1,0128	26,0	59	0,4205	39,1
8	1,8247	19,2	34	0,9883	25,8	60	0,4039	39,5
9	1,7812	19,5	35	0,9625	25,9	61	0,3838	41,3
10	1,7377	19,9	36	0,9393	26,9	62	0,3675	41,1
11	1,6969	20,1	37	0,9162	26,4	63	0,3457	46,4
12	1,6534	20,3	38	0,8931	27,8	64	0,3271	47,1
13	1,6153	20,2	39	0,8578	27,4	65	0,3067	48,6
14	1,5772	20,6	40	0,8360	27,0	66	0,2890	51,0
15	1,5386	21,0	41	0,8142	28,0	67	0,2713	54,0
16	1,5024	21,0	42	0,7925	28,2	68	0,2559	56,6
17	1,4670	21,9	43	0,7734	28,9	69	0,2336	59,4
18	1,4344	21,3	44	0,7544	29,1	70	0,2221	62,3
19	1,3990	22,2	45	0,7245	29,2	71	0,2031	65,0
20	1,3691	22,4	46	0,7000	30,4	72	0,1877	69,4
21	1,3372	22,3	47	0,6804	30,6	73	0,1735	73,0
22	1,3066	22,4	48	0,6538	32,3	74	0,1488	81,2
23	1,2761	22,6	49	0,6300	31,2	75	0,1350	85,9
24	1,2474	23,1	50	0,6089	32,1	76	0,1198	94,6
25	1,2277	23,7	51	0,5879	32,7	77	0,1031	103,9
26	1,1999	23,6	52	0,5674	32,8	78	0,0909	112,8

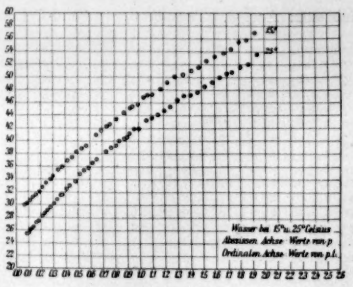


Fig. 2.

alkohols. Ein ähnliches Verhalten zeigt Chloroform. Während die Beobachtung bei kleinen Drucken bei 15 Grad uns die nachstehende Tabelle liefert:

Substanz	p	$p \cdot t$
Wasser	0,093	30,31
	0,115	30,76
	0,137	31,33
	0,160	31,63
Alkohol	0,081	35,56
	0,103	36,34
	0,125	36,62
	0,148	36,70
	0,180	37,17
Chloroform	0,095	20,35
	0,119	21,46
	0,142	22,44
	0,164	23,50

was einer Zähigkeitsreihenfolge von Alkohol: Wasser: Chloroform entspricht, ergeben sich bei höheren Drucken die folgenden Produkte:

Substanz	p	$p \cdot t$
Wasser	1,674	53,89
	1,734	54,43
	1,798	55,55
	1,862	55,85
	1,931	56,96
Alkohol	1,666	54,45
	1,724	55,34
	1,795	56,17
	1,853	56,14
	1,909	56,49
	1,966	57,42
Chloroform	1,679	52,72
	1,742	54,35
	1,806	55,08
	1,869	55,88
	1,949	55,94
	2,015	57,23

woraus sich eine nahezu gleiche Zähigkeit für die drei Flüssigkeiten ablesen läßt.

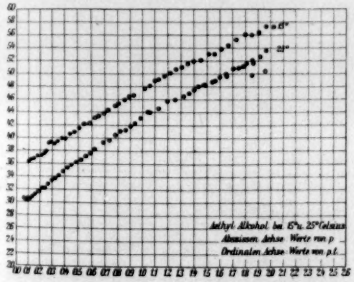


Fig. 3.

Noch in einer anderen Hinsicht erwies sich Chloroform als interessant. Während die Reibungskurven für Wasser und Alkohol sehr gleichmäßig aufsteigen und nur geringe Ungenauigkeiten aufweisen, die von den unvermeidlichen Versuchsfehlern herrühren, zeigen die Chloroformkurven (Fig. 4, 5, 6 und 7) von einer bestimmten Stelle an eine ganz deutliche Unstetigkeit. Da der Punkt, an dem die bis dahin regelmäßig verlaufenden Kurven unterbrochen werden und dann in ganz anderem Sinne an-

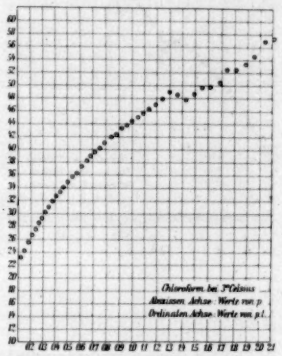


Fig. 4.

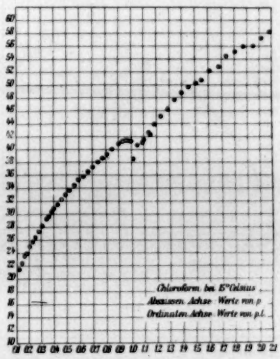


Fig. 5.

steigen, deutlich von der Temperatur abhängig ist, so dürfte es sich hier wohl nicht um eine zufällige Erscheinung handeln. Verbindet man in Fig. 8 die vier Umwandlungspunkte miteinander, so resultiert ganz deutlich eine neue Kurve.

Die erwähnte Diskontinuität fand sich bei der Untersuchung des Acetons wieder (Fig. 9, 10, 11 und 12). Auch hier bricht die Kurve

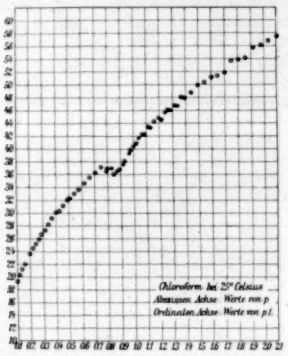


Fig. 6.

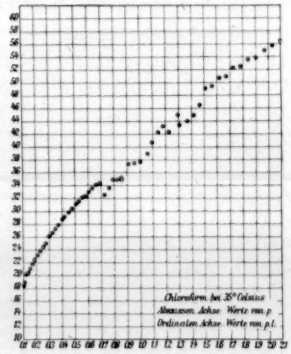


Fig. 7.

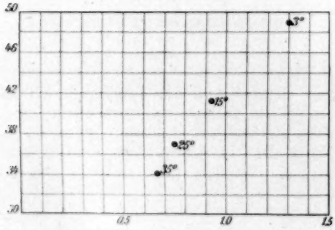


Fig. 8.

von einer bestimmten Stelle an, die bei der tiefsten Temperatur am höchsten liegt und dann allmählich mit steigender Temperatur herabsinkt,

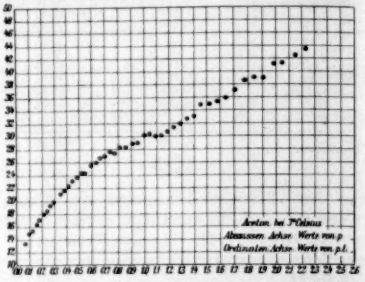


Fig. 9.

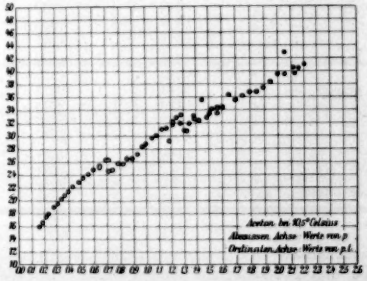


Fig. 10.

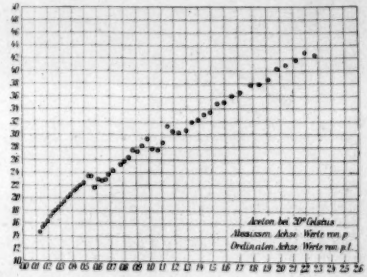


Fig. 11.

ab und geht nach Überwindung eines Gebietes, in welchem die pt-Werte sehr schwanken, fast geradlinig in neuer Richtung weiter. Wie aus

Fig. 13 ersichtlich ist, besteht anch bei den Umwandlungspunkten dieser Substanz eine gesetzmäßige Beziehung.

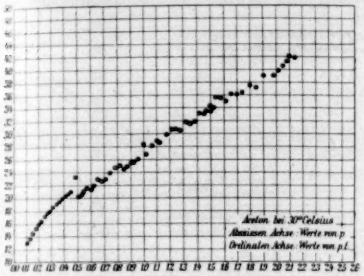


Fig. 12.

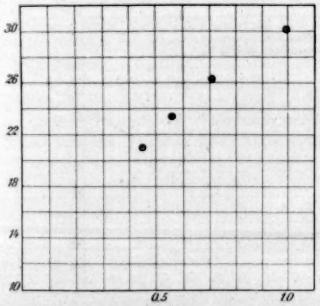


Fig. 13.

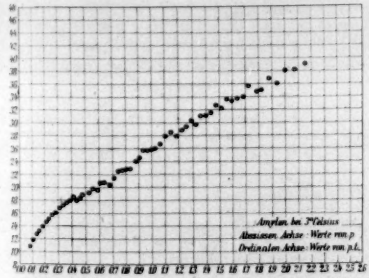


Fig. 14.

Ich hätte dieses so merkwürdige Phänomen gern bis an den Siedepunkt des Chloroforms und des Acetons hinauf verfolgt, doch fehlte es mir an einer geeigneten Heizvorrichtung, und so mußte dieser Teil der Arbeit bis in das kommende Semester verschoben werden. Um

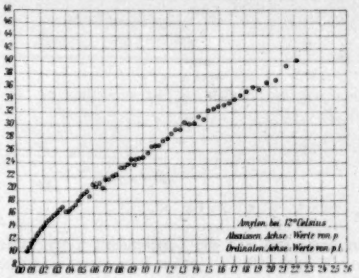


Fig. 15.

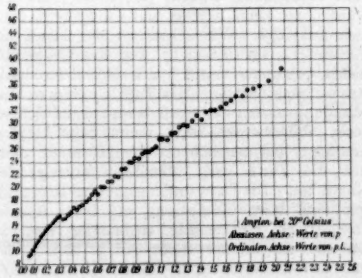


Fig. 16.

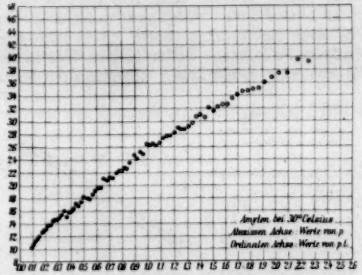


Fig. 17.

aber doch feststellen zu können, wie sich eine Flüssigkeit in der Nähe ihres Siedepunktes verhält, habe ich meine Untersuchungen auf das Trimethyläthylen ausgedehnt. Meine Ver-

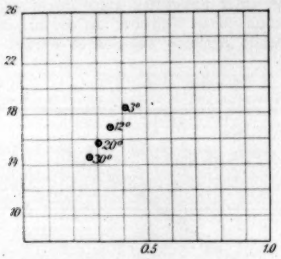


Fig. 18.

mutung, daß sich die Unstetigkeit wiederfinden werde und daß die Umwandlungspunkte bei den Temperaturen von 3, 12, 20 und 30 Grad, also in einem Intervall, dessen Anfang kaum 30 Grad vom Siedepunkt entfernt ist, früher auftreten würden als beim Aceton und Chloroform, fand sich bestätigt. Wir sehen an der Hand der Figuren 14, 15, 16 und 17, daß das Gebiet der bisher bekannten ersten hydraulischen Strömung nahezu verschwindet. Der Teil hinter dem Umwandlungspunkt, der noch beim Aceton sich als recht labil erwiesen hatte, nimmt beim Amylen, besonders bei den höheren Temperaturen, deutlich die Form einer allmählich ansteigenden Kurve an. Die Umwandlungspunkte selber liegen, wie beim Chloroform und beim Aceton, anscheinend gesetzmäßig zueinander (Fig. 18). Da die Möglichkeit nicht ausgeschlossen ist, daß das Bestehen einer zweiten hydraulischen Strömung bei genügend hohen Temperaturen sich bei allen Flüssigkeiten wiederfindet, so sollen auch Wasser und Äthylalkohol noch weiter hinauf zum Siedepunkte untersucht werden; über die Resultate hoffe ich in Jahresfrist berichten zu können. Sollte es sich hier in der Tat um eine Erscheinung allgemeinster Natur

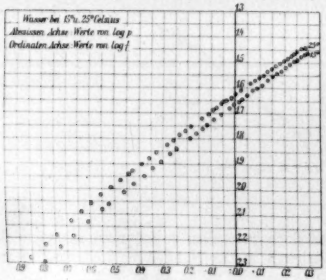


Fig. 19.

handeln, so ließe sich vielleicht mit Hilfe der Umwandlungspunkte zweier Flüssigkeiten etwas Bestimmtes darüber sagen, bei welchen Temperaturen und Drucken letztere miteinander ver-

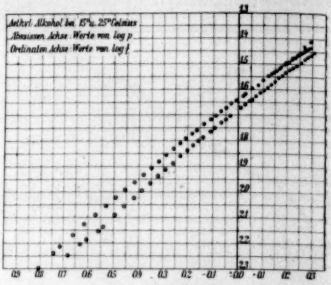


Fig. 20.

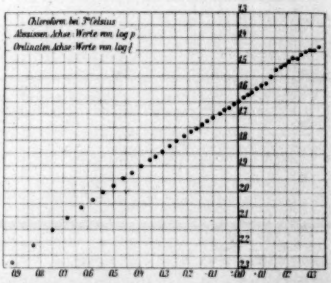


Fig. 21.

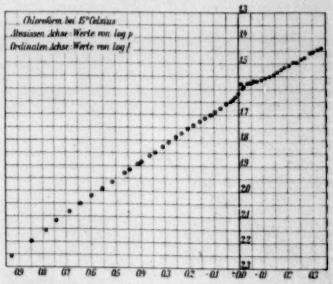


Fig 22.

gleichbar sind. Nehmen wir an, daß die Wirbel der ersten Turbulenzströmung aus Molekularkomplexen gebildet sind, über deren Größe wir wohl zurzeit wenig wissen, so vermehrt anscheinend eine hinreichende Steigerung von Druck

und Temperatur die molekulare Eigenbewegung in der Flüssigkeit derart, daß von einem bestimmten und für jede Flüssigkeit charakteristischen Moment an die molekulare Expansion die Kohäsion überwindet und wir somit zu einer Reibung der Einzelmoleküle, ähnlich wie bei einem Gase, im Kapillarrohr gelangen; daß diese neue Reibung sich in ihrer Größe von der Komplexreibung wesentlich unterscheidet, dürfte nicht weiter merkwürdig sein. Ist diese Anschauungsweise richtig, so wäre zunächst erforderlich, für jede Flüssigkeit die Umwandlungspunktskurven für eine Anzahl von Temperaturen aufzusuchen; die eventuellen Schnittpunkte der Kurven zweier Flüssigkeiten miteinander geben uns dann zu einem bestimmten Druck die entsprechenden Temperaturen, bei denen in den Flüssigkeiten die Expansion gerade die Kohäsion überwindet, d. h. wo sich in beiden der Zustand eines „flüssigen Gases“ einzustellen beginnt.

Logarithmiert man die Gleichung $p \cdot t = k$, so ergibt die neue Gleichung

$$\log p + \log k = k_1$$

oder umgeformt

$$-\log t = \log p + k_1$$

eine weitere graphische Darstellung für die Poisseuillesche und die Turbulenzreibungen, falls man auf der X-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems die Werte von $\log p$ und auf der Y-Achse die entsprechenden Werte von $-\log t$ oder $\log \frac{1}{t}$ aufträgt. Der Koeffizient von $\log p$ in der obigen Gleichung für die Poisseuillesche Reibung ist gleich 1, woraus sich für die Gerade eine Neigung von 45 Grad gegen die X-Achse ergibt. Bei der hydraulischen Reibung geht dann die Gerade in eine schwach gekrümmte Kurve über, deren oberes Ende, vor dem Umwandlungspunkte, als gerade Linie angesehen werden kann. Die für Wasser (Fig. 19) mit Hilfe der Gaußschen Methode der kleinsten Quadrate ermittelten Gleichungen für die Turbulenzreibungen bei 15 und 25 Grad sind:

I. 15 Grad; Anzahl der Beobachtungen: 14.
$-\log t = -1{,}66068 + 0{,}67747 \cdot \log p$;
Neigung ($\cot \alpha$): 1,476.

Mittlerer Fehler $\sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n-1}}$:

a) im $\log t = \pm 0{,}0019$,
b) in Sek. $= \pm 0{,}15$.

II. 25 Grad; Anzahl der Beobachtungen: 19.
$-\log t = -1{,}62583 + 0{,}66037 \cdot \log p$;
Neigung ($\cot \alpha$): 1,514.

Mittlerer Fehler $\sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n-1}}$:

a) im $\log t = \pm 0{,}0021$,
b) in Sek. $= \pm 0{,}16$.

Für Äthylalkohol (Fig. 20) wurde gefunden:

I. 15 Grad; Anzahl der Beobachtungen: 22.
$-\log t = -1{,}67582 + 0{,}72343 \cdot \log p$;
Neigung: 1,382.

Mittlerer Fehler $\sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n-1}}$:

a) im $\log t = \pm 0{,}0017$,
b) in Sek. $= \pm 0{,}13$.

II. 25 Grad; Anzahl der Beobachtungen: 22.
$-\log t = -1{,}62884 + 0{,}67293 \cdot \log p$;
Neigung: 1,486.

Mittlerer Fehler $\sqrt{\frac{\Sigma \Delta^2}{n-1}}$:

a) im $\log t = \pm 0{,}0018$,
b) in Sek. $= \pm 0{,}12$.

Auffallend bei beiden Flüssigkeiten ist, daß der Einfluß der Temperatur geringer wird — der Zwischenraum zwischen beiden Kurven in Fig. 19 und 20 vermindert sich —, je höher man in das Gebiet der Turbulenz hinaufkommt. Die Verringerung des Zwischenraums kommt im Wachsen der Kotangente mit ansteigender Temperatur zum Ausdruck. In der Nähe der Umwandlungspunkte scheint indes die Neigung bei verschiedenen Temperaturen nahezu konstant zu sein, wie nachstehende Tabelle für Chloroform zeigt:

Substanz: Chloroform. (Fig. 21, 22, 23 und 24.)

	Gleichungen	Anzahl der Beobachtungen	Mittlerer Fehler a) im $\log t$	Mittlerer Fehler b) in Sek.	Neigung ($\cot g \alpha$)
35° Oberer Teil	$-\log t = -1{,}60843 + 0{,}55156 \cdot \log p$	13	$\pm 0{,}0022$	$\pm 0{,}14$	1,813
35° Unterer „	$-\log t = -1{,}59341 + 0{,}65564 \cdot \log p$	13	$\pm 0{,}0012$	$\pm 0{,}16$	1,525
25° Oberer Teil	$-\log t = -1{,}61620 + 0{,}55372 \cdot \log p$	20	$\pm 0{,}0027$	$\pm 0{,}20$	1,806
25° Unterer „	$-\log t = -1{,}61179 + 0{,}64973 \cdot \log p$	12	$\pm 0{,}0012$	$\pm 0{,}16$	1,539
15° Oberer Teil	$-\log t = -1{,}62204 + 0{,}54925 \cdot \log p$	14	$\pm 0{,}0025$	$\pm 0{,}18$	1,821
15° Unterer „	$-\log t = -1{,}62599 + 0{,}65061 \cdot \log p$	19	$\pm 0{,}0011$	$\pm 0{,}16$	1,537
3° Oberer Teil	$-\log t = -1{,}60356 + 0{,}53491 \cdot \log p$	11	$\pm 0{,}0046$	$\pm 0{,}31$	1,869
3° Unterer „	$-\log t = -1{,}64769 + 0{,}64869 \cdot \log p$	18	$\pm 0{,}0013$	$\pm 0{,}15$	1,538

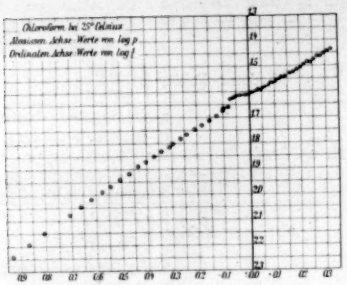


Fig. 23.

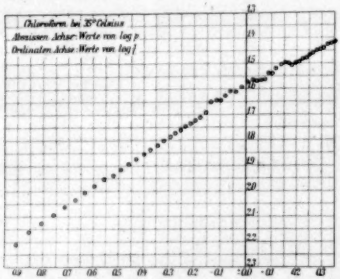


Fig. 24.

Die Schwankungen, die ein Maximum von 0,014 umfassen, sind wohl den Versuchsfehlern zur Last zu schreiben; als Mittelwert ergibt sich

$$\operatorname{cotg} \alpha_{(\text{Chloroform})} = 1{,}535 .$$

Für die Teile jenseits des labilen Gebietes, das mit Erhöhung der Temperatur sich anscheinend

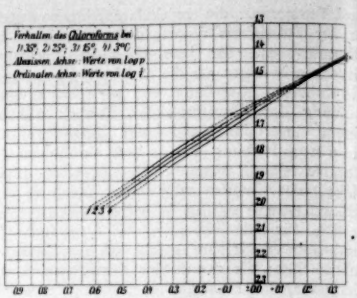


Fig. 25.

nach oben und unten hin ausdehnt, ergab sich eine ganz andere Neigung. Läßt man den bei 3 Grad gefundenen Wert von 1,869 beiseite — die Höhe des mittleren Versuchsfehlers deutet darauf hin, daß bei der Ausgleichung zuviel Punkte des labilen Gebietes mit hineingezogen worden sind —, so ergibt sich für die zweite hydraulische Strömung ein Mittelwert von 1,815 für die Kotangente.

Die ermittelten Gleichungen sind in Fig. 25 graphisch dargestellt. Bemerkenswert ist, daß sich der Einfluß der Temperatur auf die Größe der Konstanten A der Gleichungen für das obere Gebiet bedeutend vermindert:

Turbulenz I	Differenz	Turbulenz II	Differenz
$A_{35°} = 1{,}59341$	0,01838	$A_{25°} = 1{,}60843$	0,00777
$A_{25°} = 1{,}61179$	0,01420	$A_{15°} = 1{,}61620$	0,00584
$A_{15°} = 1{,}62599$	0,02169	$A_{3°} = 1{,}62204$	
$A_{3°} = 1{,}64768$			

Für Aceton (Fig. 26, 27, 28 und 29) wurde die folgende Tabelle ermittelt:

Substanz: Aceton.

	Gleichungen	Anzahl der Beobachtungen	Mittlerer Fehler a) im log t	Mittlerer Fehler b) in Sek.	Neigung (cotg α)
30° Oberer Teil	$-\log t = -1{,}43003 + 0{,}42725 \cdot \log p$	37	$\pm 0{,}0056$	$\pm 0{,}31$	2,341
30° Unterer „	$-\log t = -1{,}43530 + 0{,}66680 \cdot \log p$	12	$\pm 0{,}0007$	$\pm 0{,}11$	1,500
20° Oberer Teil	$-\log t = -1{,}42227 + 0{,}39445 \cdot \log p$	17	$\pm 0{,}0030$	$\pm 0{,}14$	2,535
20° Unterer „	$-\log t = -1{,}45872 + 0{,}64602 \cdot \log p$	12	$\pm 0{,}0011$	$\pm 0{,}15$	1,548
10,5° Oberer Teil	$-\log t = -1{,}43405 + 0{,}48112 \cdot \log p$	24	$\pm 0{,}0063$	$\pm 0{,}32$	2,078
10,5° Unterer „	$-\log t = -1{,}47119 + 0{,}65232 \cdot \log p$	15	$\pm 0{,}0015$	$\pm 0{,}15$	1,533
3° Oberer Teil	$-\log t = -1{,}44429 + 0{,}44779 \cdot \log p$	17	$\pm 0{,}0045$	$\pm 0{,}23$	2,233
3° Unterer „	$-\log t = -1{,}48468 + 0{,}64986 \cdot \log p$	15	$\pm 0{,}0024$	$\pm 0{,}24$	1,539

Auch in diesem Falle ergibt sich für die Neigung der Geraden, die die Reibung in der Turbulenz I darstellen, als Mittelwert:

$$\operatorname{cotg} \alpha_{(\text{Aceton})} = 1{,}530 .$$

Für die Teile jenseits des labilen Gebietes, also für die Turbulenz II, wurde für die Neigung ein

Mittelwert von 2,30 gefunden; nach der Größe des mittleren Fehlers zu urteilen, erscheint die Kotangente für Aceton bei 20 Grad im Betrage

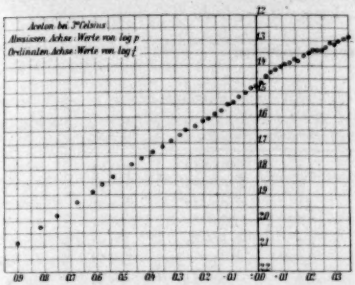


Fig. 26.

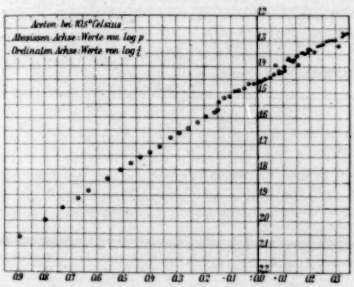


Fig. 27.

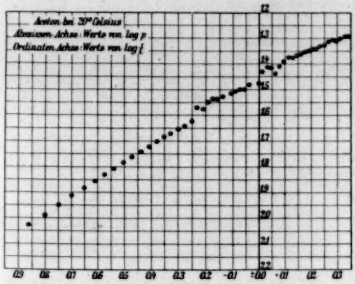


Fig. 28.

von 2,535 als am wenigsten fehlerhaft. Die sehr kurzen Durchflußzeiten haben die Genauigkeit der Beobachtungen wohl in etwas verringert, doch schwerlich in dem Maße, daß mittlere Fehler von 0,3 Sekunden resultieren könnten; immerhin sollen die weiteren Versuche am Aceton

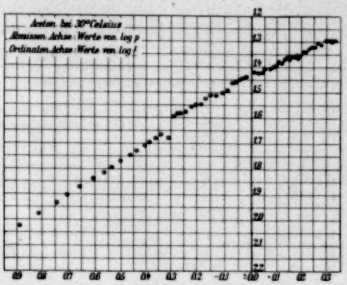


Fig. 29.

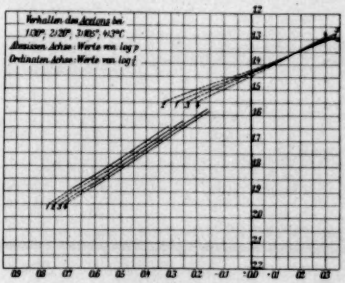


Fig. 30.

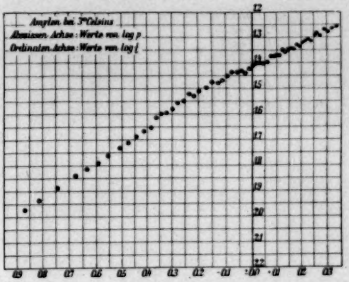


Fig. 31.

mit größeren Substanzmengen angestellt werden. Wahrscheinlicher ist aber, daß die verwendeten Temperaturen und Drucke noch nicht ausreichend waren, um im Aceton die zweite hydrau-

lische Strömung vollständig herzustellen. Soviel ist aber schon jetzt aus der graphischen Zusammenstellung (Fig. 30) ersichtlich, daß Aceton dieselbe Merkwürdigkeit zeigt wie Chloroform, die nämlich, daß im Gebiete der Turbulenz II die Temperatur aufhört, ein wesentlicher Faktor für die innere Reibung zu sein.

Für das Trimethyläthylen (Fig. 31, 32, 33 und 34) ergab die Methode der kleinsten Quadrate die folgende Tabelle:

Substanz: Trimethyläthylen (Amylen).

	Gleichungen	Anzahl der Beobachtungen	Mittlerer Fehler im log t	Mittlerer Fehler in Sek.	Neigung (cotg α)
30° Oberer Teil	$-\log t = -1{,}41110 + 0{,}47940 \cdot \log p$	36	$+0{,}0046$	$+0{,}23$	2,086
30° Unterer „	$-\log t = -1{,}35425 + 0{,}66860 \cdot \log p$	9	$+0{,}0025$	$+0{,}38$	1,496
20° Oberer Teil	$-\log t = -1{,}41192 + 0{,}47560 \cdot \log p$	34	$+0{,}0047$	$+0{,}25$	2,103
20° Unterer „	$-\log t = -1{,}36908 + 0{,}66543 \cdot \log p$	12	$+0{,}0012$	$+0{,}21$	1,503
12° Oberer Teil	$-\log t = -1{,}40316 + 0{,}44186 \cdot \log p$	32	$+0{,}0055$	$+0{,}27$	2,263
12° Unterer „	$-\log t = -1{,}38511 + 0{,}65896 \cdot \log p$	11	$+0{,}0011$	$+0{,}17$	1,518
3° Oberer Teil	$-\log t = -1{,}41716 + 0{,}47862 \cdot \log p$	29	$+0{,}0064$	$+0{,}33$	2,089
3° Unterer „	$-\log t = +1{,}39398 + 0{,}66423 \cdot \log p$	11	$+0{,}0013$	$+0{,}20$	1,506

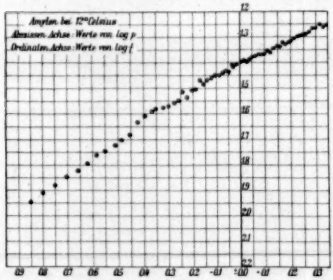


Fig. 32.

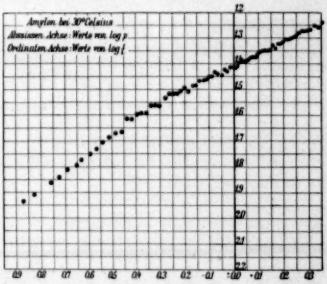


Fig. 34.

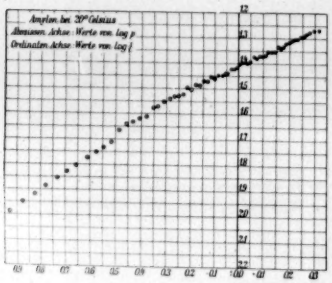


Fig. 33.

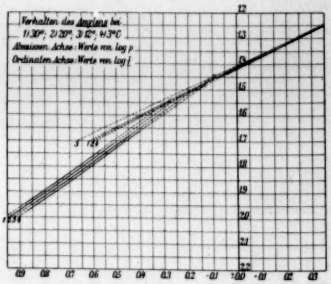


Fig. 35.

Als Mittelwert für die Kotangente der vier Geraden in der Turbulenz I resultiert 1,505, also eine Zahl, die von der bei Chloroform und Aceton gefundenen nicht zu sehr abweicht. Für die Neigung im Gebiete der Turbulenz II erhält man den Mittelwert 2,135; die Richtungsänderung ist also auch beim Amylen recht beträchtlich. Ein Blick auf die Zusammenstellung der Resultate in Fig. 35 zeigt, daß auch bei dieser

Untersuchungsserie eine Verminderung des Einflusses der Temperatur auf die innere Reibung in der zweiten hydraulischen Strömung deutlich zutage tritt.

Daß chemisch so verschiedene Stoffe, wie Wasser (bei 25°), Chloroform, Aceton und Amylen, zunächst sich in dem von mir benutzten Apparate so ähnlich verhalten, daß in der logarithmischen Darstellung für ihre Kotangenten annähernd gleiche Werte (1,514, 1,535, 1,530, 1,505) sich ergeben, ist gewiß beachtenswert. Ob es sich hier um einen Zufall handelt oder nicht, muß durch Versuche an anderen Flüssigkeiten festgestellt werden. In der Turbulenz II zeigen sich dann allerdings bemerkenswerte Unterschiede in der Größe der einzelnen Kotangenten (Chloroform: 1,815, Aceton: 2,30, Amylen: 2,135); sie stehen vielleicht im Zusammenhange mit der verschiedenartigen Konfiguration der Moleküle der einzelnen Flüssigkeiten. Eine Untersuchung einer homologen organischen Reihe könnte da möglicherweise eine Aufklärung herbeiführen; ich hoffe, über die Resultate einer derartigen Arbeit bald berichten zu können.

Ich will die Arbeit nicht schließen, ohne auch an dieser Stelle Herrn Emil Bose, in dessen Institut der experimentelle Teil dieser Publikation entstanden ist, für sein freundschaftliches Entgegenkommen mir gegenüber herzlichst zu danken. Auch möchte ich die Hilfe, die mir meine Frau durch ihre unermüdliche Arbeit an der Rechenmaschine gewährt hat, nicht unerwähnt lassen.

Buenos Aires, z. Z. Zoppot, den 22. Februar 1911.

(Eingegangen 23. Februar 1911.)

Messungen der durchdringenden Strahlung bei Ballonfahrten.

Von Albert Gockel.

Ich habe schon früher[1]) eine Mitteilung veröffentlicht, wonach es sich bei einer Ballonfahrt herausstellte, daß die γ-Strahlung in der Atmosphäre nur in geringem Maße mit der Höhe abnahm. Die damaligen Versuche waren, weil am Schluß die Isolation des Apparates infolge eines Unfalles nicht geprüft werden konnte, nicht ganz einwandfrei. Ich habe mittlerweile Gelegenheit gehabt, die Versuche bei zwei weiteren Fahrten zu wiederholen und bin, wie ich hier gleich bemerken will, zu denselben Resultaten wie früher gekommen. Auch Herr E. Lagrange in Brüssel hat, wie er auf dem Brüsseler Kongreß für Radiologie im vorigen Jahre mitteilte, nur eine geringe Abnahme der Strahlung mit der Höhe beobachtet.

Die erste der beiden erwähnten Fahrten fand am 15. Oktober vorigen Jahres statt. Über der Schweiz lag der südwestliche Rand eines ziemlich ausgedehnten Hochdruckgebietes. Wie es bei solchem Wetter im Herbst hier die Regel ist, lagerte am Erdboden eine ca. 800 m hohe Nebelschicht, die erst nach Mittag sich lockerte und gegen 3 h p. ganz verschwand. Der 9½ Uhr in Zürich unter Führung von Herrn Dr. de Quervain aufgestiegene Ballon blieb zunächst ca. 1½ Stunden über dieser Stadt stehen und zog dann in südwestlicher, später in nordwestlicher Richtung nach dem Jura. Die Landung fand 4 h p. zwischen Olten und Solothurn statt. Die erreichte Maximalhöhe war 2860 m. Zur Beobachtung der durchdringenden Strahlung dienten der schon früher beschriebene Apparat, bestehend aus einem Wulfschen Elektrometer mit luftdicht aufgesetzter Ionisierungskammer und ein speziell für solche Messungen konstruierter Wulfscher Strahlungsapparat[1]). Mit Rücksicht auf die dünnen Wände konnte letzterer nicht luftdicht verschlossen gehalten werden, durch ein in den seitlichen Stutzen mit Hilfe eines Stück Gummischlauches eingesetztes Kapillarrohr konnte der innere Druck sich mit dem äußeren in das Gleichgewicht setzen. Eine Störung beim Steigen oder Fallen des Ballons wurde nicht bemerkt.

Will man das Eintreten von Außenluft beim Fallen des Ballons vermeiden, so kann man an dem genannten Stutzen auch einen kleinen Gummiballon anbringen, dessen Volumen sich dann mit dem äußeren Druck ändert, doch ergibt sich schon aus Versuchen von Mache, daß die kleinen Mengen beim Fallen des Ballons in den Apparat eintretender Luft die Resultate nicht beeinflussen können. Beide Apparate funktionierten zur vollen Zufriedenheit, ihre Angaben stimmten, wenn man der später zu besprechenden Änderung der Dichte der Luft in dem nicht dicht geschlossenen Apparat Rechnung trägt, gut überein; die Isolation war vor der Fahrt und unmittelbar nach derselben tadellos.

Die Aufstellung der Apparate auf einem am Korbrande befestigten Tischchen, als welches der zur Verpackung des Apparates dienende Kasten dienen kann, erwies sich für die genaue Ablesung vorteilhafter als die Aufhängung in den Korbleinen.

1) Diese Zeitschr. 11, 280, 1910.

1) Th. Wulf, diese Zeitschr. 10, 152, 1909.

Ich erwähne im folgenden nur die Angaben des Wulfschen Strahlungsapparates, da die Zerstreuung im ersten Apparat mit der in diesem erhaltenen parallel ging. Die Zahlen geben den Voltverlust pro Stunde an. Die Kapazität des Apparates ist 1,2 cm, der Luftraum beträgt 2700 ccm, 1 Voltstunde entspricht also $1{,}11 \times 10^{-6}$ E. S. E. gleich einer Erzeugung von 0,88 Ionen pro Sekunde im ccm, wenn die Elementarladung zu $4{,}65 \times 10^{-10}$ E. S. E. angenommen wird.

Die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt, die angegebenen Zahlen sind jeweils Mittelwerte aus mehreren Ablesungen, die immer in einem Augenblick gemacht wurden, in dem der Ballonkorb möglichst ruhig war.

Zeit	Ort	Voltverlust
7—9^h30	Schuppen des Gaswerkes Schlieren bei Zürich.	13,3
9^h45—10^h45	800—1100 m über Zürich im Nebel.	10,3
10^h45—11^h30	etwa 1700 m, zwischen Zürich und Zug über dem Nebel.	8,3
11^h30—12^h30	1900 m über Entlebuch.	8,5
12^h30—1^h30	1900 m über Entlebuch.	9,6
1^h30—3^h30	2800 m, Gegend von Olten, nach der Landung auf Wiese.	10,0 9,8

Der mittlere Wert des Voltverlustes für denselben Apparat an den Tagen vor und nach der Ballonfahrt in meinem Garten in Freiburg war 10,3.

Der erste Apparat, der in den Korbleinen hing und vor der Landung nicht eingepackt zu werden brauchte, konnte noch eine Stunde lang weiter verfolgt werden. Er ergab übereinstimmend mit dem Strahler, während der Ballon aus seiner höchsten erreichbaren Höhe von 2860 m langsam niederging, denselben Wert wie nachher auf der Wiese, nämlich 10,4 Voltstunden.

Während der ganzen Fahrt schwankte die Temperatur nur sehr wenig. Sie betrug morgens $7\frac{1}{2}$ Uhr in Zürich 6,0, mittags 2 Uhr, in der größten von uns erreichten Höhe 8,7° C.

Die relative Feuchtigkeit sank, nachdem einmal die Nebelschicht verlassen war, unter 50 Proz.

Die zweite Fahrt fand am 2. April dieses Jahres von Bern aus statt. Über ganz Mitteleuropa lag hoher Druck, die Luftbewegung war daher außerordentlich schwach, wir bewegten uns im Laufe des Vormittags im Zickzackkurs um Bern, erst nach Mittag trieb uns der Wind gegen den Jura; über dem Bieler See aufsteigende Gewitterwolken veranlaßten uns gegen 2 h aus der Höhe von 2800 m auf die von 1200 niederzugehen und nach 3 h zur Landung zu schreiten, die trotz des starken Böenwindes, der sich mittlerweile am Boden eingestellt hatte, glatt vonstatten ging.

Die Fahrt war Klubfahrt des Aeroklubs, und da fünf Personen sich daran beteiligten, so blieb mir nur Raum für Aufstellung eines Apparates, nämlich des Wulfschen Strahlers. Ein Unfall, der demselben bald nach der ersten Fahrt vom Oktober zugestoßen war, hatte mich veranlaßt ihn der Firma Günther & Tegetmeyer zur Reparatur zu übersenden. Er kam mit einer neuen Einrichtung zur Kompensation des Temperatureinflusses auf die Stellung der Fäden, aber auch bedeutend unempfindlicher zurück. Das früher so lästige Wandern der Fäden bei einseitiger Bestrahlung, dem durch entsprechende Beschirmung vorgebeugt werden mußte, hat jetzt aufgehört.

Die Kapazität des Apparates ist jetzt 1,3 cm, eine Voltstunde entspricht demnach $1{,}20 \times 10^{-6}$ E. S. E.

Resultate.

		Volt/St.
7^h30—9^h a.	freier Platz bei Gasanstalt Bern	15,8
9^h30—11^h15	Ballon steigt bis 1600 m	13,8
11^h15—12^h15	östlich Bern 1900 m	15,1
12^h15—1^h45	westlich Bern 2500 m	12,2

Isolationsverlust nach der Landung 0,05 Voltstunden. Mittlerer Voltverlust in meinem Garten in Freiburg, Höhe 650 m, am Tage vor der Fahrt 13,8, am Tage nach der Fahrt, nach starkem Gewitterregen, 12,5. Der Apparat konnte natürlich auch bei dieser Fahrt nicht luftdicht geschlossen sein, doch konnte ich, da es am Vormittag gelang den Ballon stundenlang in derselben Höhe zu halten, zeitweise auch mit Hilfe eines Quetschhahnes den über den seitlichen Stutzen gezogenen Kautschukschlauch vollständig schließen. Die Versuche zeigten, daß ein Einfluß des Ein- oder Austretens von Luft durch die kapillare Öffnung nicht zu erkennen war. Die Temperatur schwankte bei der zweiten Fahrt zwischen $+3°$ und $+7°$ C.

Die Abnahme der Strahlung mit der Höhe ist also noch unbedeutender als früher gefunden. Es ist nun bei der Betrachtung der in den beiden Tabellen gegebenen Zahlen zu berücksichtigen, daß das Innere des Apparates mit der äußeren Luft in Verbindung stand, sich die Dichte der eingeschlossenen Luft mit der Höhe änderte und damit auch die Zahl der durch dieselbe Strahlung erzeugten Ionen. Die gleichzeitige Änderung der Beweglichkeit kommt, weil wir mit Sättigungsstrom arbeiten, nicht in Betracht. Über den Absorptionskoeffizient der hier in Betracht kommenden Strahlung ist nichts Sicheres bekannt, da wir ja noch im Zweifel sind, woher denn eigentlich die beobachtete Strahlung stammt. Machen wir

aber die wahrscheinlichste Annahme, daß es sich um die γ-Strahlung der in der Atmosphäre und in den obersten Erdschichten enthaltenen Zerfallsprodukte der bekannten radioaktiven Substanzen handelt, so müssen wir berücksichtigen, daß sich der Absorptionskoeffizient dieser Strahlung mit der Dicke der bereits durchstrahlten Schicht, hier also der Wände des Apparates und der durchstrahlten Luftschicht ändert und im übrigen proportional der Dichte des durchstrahlten Materials ist. Die Änderung des Absorptionskoeffizienten mit der Dichte des von den Strahlen bereits durchlaufenen Weges kann mangels der nötigen numerischen Unterlagen hier nicht in Rechnung gezogen werden, sehr wahrscheinlich aber dürfen wir diese Änderung auch vernachlässigen, bleibt also nur noch diejenige Änderung des Absorptionskoeffizienten, welche proportional der Dichte der in dem Apparat eingeschlossenen Luft ist. Diese Dichte änderte sich, wie sich aus den Barometerablesungen ergibt, bei den zwei Fahrten im Maximum im Verhältnis von 720 : 500, die Abnahme der Ionendichten ist aber, wie aus den beiden Tabellen hervorgeht, geringer, es würde also aus diesen Resultaten folgern, daß sogar eine schwache Zunahme der Strahlung mit der Höhe stattfindet. Entsprechend dem Gesagten mußte bei dem nur bei der ersten Fahrt benutzten dickwandigen vollständig geschlossenen Apparat die Ionisation weniger abnehmen als in dem gleichzeitig benutzten offenen dünnwandigen. Tatsächlich war dieses auch bis gegen Schluß der Fahrt der Fall, dann trat eine rasche Abnahme ein und die Angaben der beiden Apparate verliefen von nun an parallel, wahrscheinlich war auch der erste undicht geworden. Ich habe wegen dieser Unsicherheit hier nur die Angaben des zweiten Apparates benutzt.

Die erhaltenen Resultate würden in Übereinstimmung stehen mit dem, was auch Pacini[1]) aus seinen Beobachtungen auf dem Meere und Mache[2]) aus denen in Innsbruck folgert, daß nämlich ein nicht unbeträchtlicher Teil der durchdringenden Strahlung unabhängig ist von der direkten Wirkung der in den obersten Erdschichten enthaltenen aktiven Substanz. Befriedigend stimmen mit meinen Resultaten auch die von Wulf[3]) auf dem Eiffelturm erhaltenen überein, besonders wenn man bedenkt, daß die Strahlung auch, abgesehen von der Höhenänderung, lokalen und zeitlichen Schwankungen unterworfen ist, dagegen fand Bergwitz[1]) bei einer Ballonfahrt, daß schon in 1300 m Höhe die Ionisierung in einem luftdicht geschlossenen Gefäß auf 24 Proz. des am Boden erhaltenen Wertes zurückging. Seine Zahlen sind aber wegen einer am Apparate im Laufe der Versuche eingetretenen Störung nicht einwandfrei.

Nachdem sich, wie bekannt, eine sehr starke Abnahme der Strahlung über Wasserflächen herausgestellt hat, wirft sich jetzt die Frage auf, wie sich wohl die Strahlung in der Höhe über Wasserflächen verhält. Versuche zur Lösung dieser Frage sind mit gütiger Unterstützung der Schweizerischen Meteorologischen Zentralanstalt und der Seenkommission der Schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Vorbereitung.

Für die erste der erwähnten Fahrten war der Ballon von der Sektion Ostschweiz des Schweizerischen Aeroklubs der Meteorologischen Zentralanstalt zur Verfügung gestellt worden. Der Direktion derselben, die mir die Teilnahme an dieser Fahrt ermöglichte, und dem Adjunkten der Anstalt, Herrn Dr. de Quervain, welcher den Ballon führte, möchte ich auch an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank für ihre freundliche, tatkräftige Unterstützung aussprechen.

1) D. Pacini, Annali dell' Ufficio Centrale Meteorologico Ital. Vol. 32, Partie 1, 1910.
2) H. Mache, Wien. Ber. 119, 55, 1910.
3) Th. Wulf, diese Zeitschr. 11, 811, 1910.

1) K. Bergwitz, Habilitationsschrift, Braunschweig 1910. Die S. 38 daselbst in der 4. Vertikalspalte der Tabelle angegebenen Zahlen beruhen offenbar auf Schreibfehlern.

Freiburg (Schweiz), April 1911.

(Eingegangen 11. Mai 1911.)

Über den Klang der Kirchenglocken.

Von P. J. Blessing.

Der von unsern Kirchenglocken ausgehende Klang ist bekanntlich aus einer Reihe von einfachen Tönen kombiniert. Unter denselben tritt einer mit besonderer Kraft und Wucht hervor, so daß alle andern gegen diesen in den Hintergrund treten. Wir bezeichnen denselben mit dem Namen Hauptton oder Schlagton; und er ist's, nach dem die Glocke benannt wird. Nun ist es merkwürdig, daß bis auf den heutigen Tag das Rätsel noch seiner Lösung harrt, wie dieser Ton im Material der Glocke entsteht und was ihm die hervorragende Macht seiner Tonfülle verleiht, so daß er sich vor allen übrigen Schallkomponenten so sehr auszeichnet. Abgesehen von diesem einen Hauptton kennt man die Entstehungsweise aller übrigen Klangkomponenten in ihrer ganzen Reihe vom tiefsten bis zum höchsten, und erkennt auch deutlich die

Gleichartigkeit ihrer Natur und Beschaffenheit. Sie haben alle etwas sehr Weiches und sanft Verklingendes, ähnlich den Obertönen einer Saite. Im Gegensatz zum Hauptton der Glocken wollen wir diese Töne Nebentöne benennen. Man bemerkt bezüglich des Intensitätsverhältnisses der Nebentöne zum Hauptton, daß sie gegen letzteren ebenso zurückstehen, wie bei Saiteninstrumenten die Obertöne gegen den Grundton der Saite.

Die Glocke teilt sich, die Schwingungsweise ihres Materials bezüglich der Nebentöne betreffend, wie eine Chladnische Klangplatte in verschiedene regelmäßige Felder (wir können sie Sektoren heißen, wenn wir die Glocke von oben gesehen als eine Kreisscheibe betrachten), deren Grenzlinien (Knotenlinien) sowohl als Meridiane von oben (der Krone) nach dem unteren Rand ziehen, als auch als Parallelkreise zum Rand der Glocke auftreten.

Wenn die Glocke vollkommen regelrecht gebaut ist, läßt sie je nach der Anzahl ihrer Schwingungsfelder, die sich nach bestimmten Gesetzen begrenzen, folgende Töne erklingen: den tiefsten Ton, den wir Grundton nennen wollen, wenn sie sich in vier Teile teilt; dann einen um eine Oktave höheren Ton, bei welchem sie außer der Vierteilung noch eine horizontale Kreisknotenlinie erkennen läßt. Darauf folgt die kleine Terz über dieser Oktave durch Sechsteilung. Ebenfalls infolge der Sechsteilung, aber mit Hinzufügung einer andern Kreisknotenlinie entsteht die nächstliegende Quinte, dann die Doppeloktave durch Bildung von acht Sektoren. Gesellt sich zu diesen acht senkrechten Knotenlinien (Meridianen) noch ein horizontaler Knotenkreis, so wird die nächstfolgende kleine oder große Terz gebildet, und so weiter bis in die Höhe hinauf. Daß in den meisten Glocken verschiedene dieser Tonhöhen nicht in reinen harmonischen Intervallen zum Vorschein kommen, ist nicht zu verwundern, da es kaum möglich ist, den Guß einer Glocke so vollkommen regelmäßig zu bewerkstelligen, wie es die Theorie verlangen würde.

Noch ist keine Erklärung dafür gefunden, warum der Hauptton immer in der Nähe der Oktave des Grundtones der Nebentöne sich einfindet, und noch unerklärlicher ist es, wie er sich neben diese einbetten kann, bei den einen Glocken etwas höher, bei andern tiefer als diese. Gewiß ist, daß er sich nicht wie die Nebentöne bilden kann, nämlich durch pendelartige Bewegung der Schwingungsfelder. Dafür liegen mannigfache Beweise vor.

1. Es ist nicht zu verstehen, woher er seine überwiegende, metallisch klingende Kraft bekommt, mit der er alle übrigen Töne der Glocke bei weitem übertrifft, auch den zunächst bei ihm liegenden, manchmal kaum von ihm differierenden und unterscheidbaren Nebenton (welcher der Regel nach die Oktave des Grundtones sein sollte.)

2. So hervorragend seine Stärke ist, so kurz ist er von Dauer. Er klingt nicht sanft aus wie die Nebentöne, sondern verstummt alsbald. Sehr angemessen ist darum seine Stellung in der Reihe der Nebentöne dann, wenn er in der Höhe der Oktave des Grundtones auftritt. Bei den meisten guten Glocken findet man, daß dieser zweite Nebenton mit dem Hauptton zusammenfällt, auch wenn der Grundton ein falsches Intervall zu diesen beiden bildet. In diesem Fall füllt der nachklingende Nebenton die durch das schnelle Verstummen des Haupttones entstehende Lücke wohltuend aus und täuscht uns ein prächtiges Ausklingen des Haupttones vor. Die eigentümliche Aufgabe, die dieser Nebenton insofern übernimmt, als er die Fortsetzung des Haupttones erklingen läßt, berechtigt uns, ihm die Bezeichnung „Hilfston" beizulegen.

3. Ein besonders charakteristisches und untrügliches Erkennungszeichen des Unterschiedes zwischen Haupt- und Nebenton ist der auffallende Umstand, daß der Hauptton sozusagen unfaßbar ist durch irgendwelche Instrumente, von welcher Art sie sein mögen, die ihn zum Mitklingen bewegen möchten. Während jeder Nebenton mit Leichtigkeit und volltönend Antwort gibt und selbständig mitschwingt, wenn die den betreffenden Ton gebende Stimmgabel auf die Glocke aufgesetzt wird oder wenn diese letztere mit der Stimmpfeife oder Trompete angeblasen oder mit der Stimme angerufen wird, und noch lange nachhallt, auch wenn der erregende Ton unterdrückt wird, bis zum völligen Verklingen, so nützen beim Hauptton all diese Manipulationen nichts. Er verharrt hartnäckig bei seinem Stillschweigen, wie wenn er unempfindlich wäre für jede Art harmonisch klingender Anreizung zum Mitklingen, wogegen er seine Stimme auch beim leisesten Anklopfen der Glocke nicht verweigert. Selbstverständlich können solche Proben seiner Eigentümlichkeit nur an Glocken vorgenommen werden, welche einen deutlich wahrnehmbaren Unterschied der Tonhöhe zwischen Haupt- und Hilfston aufweisen. Lord Rayleigh in London, der sich eigens mit eingehendstem Studium der Kirchenglocken befaßt hat[1]), wäre in der Lage gewesen, der Sache auf die Spur zu kommen, da all die Glocken, die ihm zur Verfügung standen, dieses unliebsame Merkmal an sich trugen. Vermittelst der Stimmgabeln konnte er

1) On Bells. By Lord Rayleigh, Sec. R. S. London, Edinburgh and Dublin. Philosophical Magazine and Journal of Science, Series V, Vol. 29, Nr. 176, Jan. 1890.

die Nebentöne aufs genaueste mit ihren Schwingungszahlen feststellen, auch die senkrechten und horizontalen Knotenlinien angeben, der Hauptton aber blieb ihm verborgen, so daß er sich damit begnügen mußte, zum Zeugnis seiner Existenz vom Glockengießer sich nur sagen zu lassen, nach welchem Ton die Glocke benannt werde. Er fand dann, daß dieser Ton (der Hauptton) mit dem fünften der Nebentöne dem Namen nach ungefähr übereinstimmte.

3. Ebenso auffallend, wie die vorerwähnte Eigenheit des Haupttones, ja geradezu befremdend und fast unglaublich erscheint eine weitere, die man gleichsam als die Umkehrung der letzteren ansehen könnte. Wie er einerseits die Instrumente, die ihn durch Anrufung seiner Tonhöhe zum sympathischen Mitklingen und Mitsingen antreiben möchten, wirkungslos sein läßt, so vermag auch er andrerseits trotz seiner übermächtigen Stärke den Luftraum in dem ihm entsprechenden Resonator nicht in Schwingung zu bringen. Wenn man darauf acht gibt, die Probe beim Läuten einer Glocke zu machen, deren Hauptton sich deutlich von dessen Hilfston unterscheidet, z. B. um einen ganzen oder auch nur einen halben Ton, so stellt sich heraus, daß der Resonator nicht im geringsten widerhallt, sondern ruhig und wie unempfindlich gegen solchen Einfluß bleibt. Dr. Rud. König, darüber befragt, glaubte, diese sonderbare Erscheinung dahin erklären zu sollen, daß dieser Glockenton ein Stoßton (nach seiner Theorie verstanden) sein müsse, der durch Kombination von zweien oder mehreren der Nebentöne der Glocke entstehe. Allein unter den verschiedenartigsten Zusammenstellungen solcher Nebentöne hat sich nie eine Kombination ergeben, die zum Hauptton geführt, geschweige denn eine so frappante Tonstärke hätte hervorbringen können. Wenn übrigens Stoßton gleichbedeutend mit Kombinationston wäre, so dürfte die Vermutung K.s in unserm Fall wohl nicht zutreffen; denn auch für diese Töne ist der Resonator empfänglich, wenn auch in etwas andrer Weise als wie für die gewöhnlichen Töne.

4. Der Hauptton ist von so besonders gearteter Natur, daß er sich mit keinem andern verbindet, um mit ihm einen Kombinationston zu bilden, mag dieser ein Nebenton derselben oder einer andern Glocke sein. Dagegen können zwei beliebige Nebentöne einer oder zweier Glocken so vereinigt werden, daß sie einen Kombinationston erster oder zweiter Ordnung bilden, z. B. kann man bei aufmerksamem Aufhorchen beim Läuten einer Glocke, deren zweiter und dritter Nebenton eine kleine oder große Terz bilden, einen Kombinationston deutlich wahrnehmen; derselbe wird eine große Terz oder im letzteren Fall eine Quart unterhalb des tieferen Nebentones gehört.

5. Von großer Bedeutung ist, daß man die Anwesenheit des Haupttones kann verschwinden machen, während die Nebentöne bleiben, wenn auch der Höhe nach etwas verändert. Erste Bedingung zur Erzeugung eines Haupttones ist nämlich, daß der Schlagring in der Konstruktion der Glocke sich verdickt und zwar in der Weise, daß die Kurve der innern Seite sich in entgegengesetztem Sinne ausbaucht als wie die der äußern, wie unsere Kirchenglocken grundsätzlich immer geformt sind. Im Gegensatz dazu findet sich bei den Schalen- oder Uhrenglocken, bei den chinesischen, japanischen oder anamitischen Glocken diese hervorragende charakteristische Stärke und Schärfe eines Haupttones nicht, weil ihre Innen- und Außenwände parallel oder fast gleichartig nebeneinander herablaufen. Die Probe ist an unsern Kirchenglocken schon gemacht worden. Die innere oder äußere Wulst des Schlagrings wird abgedreht, so daß die innere und äußere Wandung der Glocke sich mehr und mehr der parallelen Richtung nähert. Je weiter die Prozedur fortschreitet, desto schwächer und leiser hört sich der Hauptton der Glocke an, bis er zuletzt dem Ohr völlig entschwindet.

Das gleiche Resultat erhalten wir, was kaum zu vermuten war, wenn der untere scharfe Rand der Glocke allmählich abgestumpft wird. Anfänglich, solange noch wenig von der Schärfe des Randes abgenommen wird, erscheint der Hauptton noch nicht bedeutend, wenn auch merklich geschwächt. Mit zunehmender Abstumpfung nimmt er rasch ab bis zur schließlichen Unhörbarkeit.

Von großem Einfluß auf die Bildung des Haupttones scheint noch ein weiteres Moment zu sein, das noch weniger begreiflich ist: die Größe der Glocke. Ein Beispiel aus neuester Zeit hat uns darüber in nicht geringe Verwunderung gesetzt. Es wurde eine Glocke gegossen nach dem Muster einer alten, durch ihren prachtvollen Ton und ihr ungewöhnlich großes Gewicht (96 Ztr.) berühmten Glocke. Die alte hat als Hauptton c; Nebentöne sind: c, a, $\overline{es}$, g, $\overline{c}$. Der Hilfston ist um eine kleine Terz zu tief (a statt c), hebt sich also ganz entschieden vom Hauptton ab. Die neu zu gießende Glocke sollte die höhere Oktave von der alten erhalten, und es wurden ihr dementsprechend aufs genaueste die Maßverhältnisse der letzteren (von allen die Hälfte) gegeben. In der Tat wurde durch den Guß erreicht, daß die kleine Glocke nicht nur im Gewicht der Erwartung entsprach (12 Ztr.), sondern auch das getreue Abbild von allen Nebentönen der großen zum Vorschein

brachte, nämlich deren höhere Oktaven. Allein sie trug den verblüffenden Mangel an sich, daß sie durch Abwesenheit eines Haupttones glänzte. Umsonst sucht man nach dem zum voraus berechneten c. Wenn ein oder das andere Ohr dagegen meinte einen derartigen Ton zu hören, so bleibt es doch sehr zweifelhaft, ob dies Schein oder Wirklichkeit ist.

Endlich hat ein neuerlicher Versuch gezeigt, daß auch die obere Platte der Glocke (Haube genannt), die die Krone trägt, vonnöten ist, wenn der Hauptton ihr verbleiben soll. Von einer alten Glocke, die umgegossen werden sollte, wurde bestätigt, daß ihr Hauptton um einen halben Ton vom Hilfston differierte. Darauf wurde die Haube abgetrennt — und der Hauptton war verschwunden.

Nach all dem Gesagten drängt sich nun die Frage auf: gibt es keine Mittel und Wege, um dem großen Geheimnis auf die Spur zu kommen, wie der Hauptton der Glocke entsteht, und wie es zu erklären ist, daß er auf den Resonator keinerlei Einfluß ausübt?

Beuron (Hohenzollern).

(Eingegangen 6. April 1911.)

Über die Frage nach den fundamentalsten Naturgesetzen [1]).

Von J. D. Van der Waals jr.

Man glaubte bis vor kurzem, in den Prinzipien der Mechanik, wie sie von Newton formuliert worden sind, die fundamentalsten Gesetze der Natur zu besitzen, und hielt eine physikalische Erscheinung für vollkommen erklärt, sobald man sie auf diese Gesetze der Mechanik zurückgeführt hatte, so daß man die Aufgabe der theoretischen Physik kurz zusammenfassen konnte als: mechanische Naturerklärung. Heutzutage aber sind ernste Zweifel nicht nur an der fundamentalen Bedeutung, sondern sogar an der Exaktheit jener Gesetze aufgestiegen. Es wird selbst erwogen, ob sie nicht, weit davon entfernt, die Grundgesetze der Natur zu sein, vielmehr nur als Formeln angesehen werden müssen, die in bestimmten Fällen, nämlich wenn die Geschwindigkeiten nicht zu groß sind und die Beschleunigungen nicht zu plötzlich eintreten, die Körperbewegung mit einem gewissen Grade der Annäherung wiedergeben, während ihre teilweise Gültigkeit aus anderen fundamentaleren Naturgesetzen abgeleitet werden kann.

Wie mich dünkt, haben wir auch gar keine Ursache, uns darüber zu verwundern, daß die Ansicht über die fundamentale Beschaffenheit der mechanischen Gesetze Widerspruch findet. Im Gegenteil finde ich es viel verwunderlicher, daß man nicht schon früher nach einer Erklärung der mechanischen Gesetze durch andere fundamentalere gesucht hat. Die mechanischen Gesetze scheinen mir auf einer unrationellen Voraussetzung aufgebaut zu sein, die als Basis unserer Naturwissenschaft ungeeignet ist.

Ich will damit folgendes sagen. In der Mechanik wird das Trägheitsprinzip als gegeben angenommen, d. h. es wird angenommen, daß ein Körper, der in Bewegung ist, mit konstanter Geschwindigkeit in Bewegung bleibt, wenn nicht eine Kraft auf ihn wirkt, die den Bewegungszustand ändert. Es wird also angenommen, daß wir, um die Beschleunigung zu bestimmen, die Kräfte kennen müssen, die auf den Körper wirken; die Geschwindigkeit soll unabhängig von den Kräften fortbestehen. Eine Folge hiervon ist, daß man, um die Bewegung vollkommen bestimmen zu können, außer den Kräften noch zwei Dinge kennen muß: die Anfangslage des Körpers und seine Anfangsgeschwindigkeit. Nehmen wir als Beispiel die Bahn, die von einem Geschosse unter dem Einfluß der Schwerkraft beschrieben wird. Die Schwerkraft macht die Bahn zur Parabel. Um die Parabel aber vollkommen zu bestimmen, müssen wir nicht nur wissen, wo die Kugel abgeschossen wurde, sondern auch, in welcher Richtung und mit welcher Geschwindigkeit sie das Gewehr verließ. Die Forderung nun, die wir an eine gesetzmäßige Naturerklärung stellen, daß der Zustand des folgenden Augenblicks durch den Zustand des vorhergehenden Augenblicks vollkommen bestimmt sein soll, erfüllt die Mechanik insofern, als sie den Zustand des vorhergehenden Augenblicks durch die Lage und die Geschwindigkeit des Körpers gegeben denkt.

Gegen eine solche Art der Zustandsbestimmung habe ich folgendes einzuwenden: eine Geschwindigkeit besteht nicht einen einzigen Augenblick, sondern während einer bestimmten Zeit und kann daher nicht dazu dienen, den Zustand eines Augenblickes anzugeben. Wenn man eine Geschwindigkeit definieren will, braucht man immer zwei Augenblicke und muß den zwischen den zwei Augenblicken zurückgelegten Weg durch die Zeit dividieren. Wenn man nur von dem gegenwärtigen Augenblick ausgeht, ist es niemals möglich, eine Geschwindigkeit zu bestimmen, und auch nicht möglich, den Begriff Geschwindigkeit zu verstehen.

Wenn jemand an der Richtigkeit dieser Behauptung zweifelt, so möge er versuchen anzu-

1) Aus der Antrittsrede von Prof. van der Waals jun., gehalten am 18. Jan. 1909 zu Amsterdam.

geben, worin der Unterschied zwischen zwei genau gleichen Körpern besteht, von denen der eine in Ruhe, der andere in Bewegung ist. Er wird vielleicht sagen, daß vor einer kleinen Zeit *dt* der erste schon denselben Platz einnahm wie jetzt, während der zweite einen andern hatte. Gut, das ist ein Unterschied, der vor der Zeit *dt* bestand; aber worin besteht der Unterschied jetzt? Es kommt mir vor, als ob in der Beantwortung dieser Frage eine gewisse Schwierigkeit liegt. Doch muß auch jetzt ein wirklicher Unterschied bestehen, denn wären die Systeme absolut gleich, dann würden sie immer gleich bleiben, wenn keine verschiedenen äußeren Ursachen darauf wirken.

Man mag sagen: die Geschwindigkeit, die bis zu diesem Augenblick bestand, ist Ursache, daß die Bewegung auch nach diesem Augenblicke fortdauert. Das muß zweifellos richtig sein. Aber es kann doch nur indirekt so sein. Wenn wir keine „Wirkung in die Ferne" bei der Zeit zulassen, dann kann die vergangene Geschwindigkeit die zukünftige nur über den Augenblick „jetzt" beeinflussen. Jetzt muß etwas bestehen, was die Folge der früheren Geschwindigkeit und die Ursache der späteren Bewegung ist. So komme ich zu der Folgerung, daß der Begriff Geschwindigkeit wohl brauchbar sein mag, um den Zustand eines gegebenen Augenblicks zu bestimmen, aber daß er dies nur auf indirekte Weise imstande ist. In einem bewegten Körper muß noch etwas anderes vorhanden sein als Geschwindigkeit, d. i. Ortsänderung, die in bestimmter Zeit vor sich geht, nämlich etwas, was in jedem unteilbaren Augenblicke besteht und die Ursache der folgenden Ortsveränderung ist.

Die hier geäußerten Bedenken gegen die gewohnte mechanische Auffassung, die in der Geschwindigkeit eine unabhängige, gegebene Größe und nichts weiter sieht, ist nicht neu. Sie wurden schon von Leibniz[1]) ausgesprochen. Dieser glaubte um die Schwierigkeit herumzukommen, wenn er annahm, daß der Unterschied zwischen ruhenden und bewegten Körpern darin bestehe, daß die letzteren eine gewisse Größe enthielten, die er „vis viva" nennt, und die dem Produkt von Masse und Geschwindigkeitsquadrat proportional ist.

Auf Veranlassung dieses Ausspruches von Leibniz entbrannte ein langer Streit über das Maß der lebendigen Kräfte. Die Anhänger von Descartes und Newton wollten das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit benutzen, das wir mit Bewegungsgröße bezeichnen, ein Name, der auch damals schon dafür verwendet wurde; die Anhänger von Leibniz dagegen hielten sich an das Maß, das wir kinetische Energie nennen. Man stellte es wohl früher so dar, als ob die Leibnizianer in diesem Streite im Rechte gewesen wären. Sicher haben sie insofern gesiegt, als ihr Maß jetzt noch „lebendige Kraft" genannt wird. Daß sie aber darum das Recht auf ihrer Seite gehabt haben sollen, kann ich nicht einsehen. Wenn man mit 's Gravenzande die Kraft als dasjenige definiert, was einen bewegten Körper von einem Punkt nach dem nächsten treibt, dann ist nicht einzusehen, warum die kinetische Energie dieser Definition besser entsprechen soll als die Bewegungsgröße.

Mir scheint, daß es nicht möglich ist zu entscheiden, welche von beiden Parteien recht hat, und daß der Streit um das Maß der lebendigen Kraft im Grunde ebenso sinnlos ist, als wenn man streiten wollte, ob man die Stärke einer Schwingung durch die Amplitude messen soll oder durch die von der Schwingung repräsentierte Energie, die dem Quadrate der Amplitude proportional ist. Ein jeder wird darauf antworten, daß das völlig gleichgültig ist. Es hängt einfach davon ab, was man unter Schwingungsstärke verstehen will. Jedes Maß ist gut, falls nur ein bestimmter Wert des Maßes unzweideutig mit einem bestimmten Werte der Erscheinung zusammenhängt.

Auffallend ist es, daß in dem ganzen Streite über das Maß der lebendigen Kraft, der nach meiner Meinung ganz bedeutungslos ist, fast kein Wort darüber gefallen ist, worin die „vis insita corporibus moventibus" nun eigentlich besteht. Nur von Sturm ist diese Frage aufgeworfen worden. Leibniz[1]) beantwortet sie durch die Erklärung: „Diese Kraft kann wohl deutlich begriffen, aber nicht auf anschauliche Weise erklärt werden. Ebensowenig wie das Wesen der Seele kann sie auf solche Weise erklärt werden. Kraft ist eines von den Dingen, die wir nicht mit der Vorstellung, sondern mit dem Verstande erreichen."

Mir scheint, daß Leibniz sich hier noch unter dem Einflusse der im Mittelalter so beliebten aristotelischen Erklärungsweise von Erscheinungen mit Hilfe sogenannter „facultates occultae" befindet. Die Erklärung der Fortbewegung von Körpern durch eine in ihnen enthaltene „vis viva" fällt in der Tat in dieselbe Rubrik wie die Erklärung, daß das Opium kraft seiner „virtus dormitiva" Schlaf erzeugt. So kommt mir vor, daß Sturm vollkommen recht hatte zu fragen, worin die vis viva denn

1) „De ipsa natura" Leibnitii Op. Phil. ed. Erdmann, S. 154 und „Specimen dynamicum" Leibnitii Op. Phil. ed. Dutens **3**, 315.

1) Ed. Erdmann, l. c. § 7, S. 156.

eigentlich bestehe. Doch ist diese Frage, soviel ich weiß, niemals wieder gestellt worden.

Der Grund, warum ich diesen alten Streit jetzt wieder zur Sprache bringe und die Frage von Sturm wieder aufwerfe, ist der, daß vor einigen Jahren eine Hypothese aufgestellt worden ist, die möglicherweise als Antwort auf die Sturmsche Frage betrachtet werden kann.

Ich darf wohl als allgemein bekannt annehmen, daß Newton, obwohl er selbst nicht an die direkte Wechselwirkung von Körpern die sich in einem gewissen Abstand voneinander befinden, glaubte, trotzdem solche Fernkräfte in die Physik eingeführt hat. Gegen diese Einführung hat sich Widerspruch erhoben. Man sagte: Körper können an Orten, wo sie nicht sind, keine Wirkung ausüben. Seitdem uns Faraday lehrte, die Wirkung, die weit entfernte Körper aufeinander ausüben, dadurch zu erklären, daß man zwischen den Körpern ein Medium annimmt, daß die Wirkung übermittelt, und Maxwell diese Vorstellung auf so meisterhafte Weise in seiner Theorie von Elektrizität und Magnetismus verkörpert hat, seitdem hat sie in der Physik allgemeinen Eingang gefunden. Es ist nun merkwürdig, daß für das Bedenken gegen die andere unrationelle Annahme der Mechanik, die wir dadurch gekennzeichnet haben, daß die Folgen eintreten, wenn die Ursache nicht mehr besteht, eine Aufklärung im gleichen Sinne zu finden ist. Wenn wir z. B. einen Kanonenschuß erst einige Sekunden, nachdem er abgefeuert ist, hören, so erklären wir das damit, daß der Schall während der Zeit, die zwischen Abgeben und Wahrnehmen des Schusses liegt, sich in dem zwischen Kanone und Ohr liegenden Medium fortgepflanzt hat. Wenn das Medium von der Art ist, daß Gleichgewichtsstörungen Zeit brauchen, um sich darin fortzupflanzen, dann kann es sowohl von einer örtlichen, wie auch von einer zeitlichen Wirkung in die Ferne Rechenschaft geben.

Hierauf beruht nun auch die Erklärung, mit deren Hilfe wir den Schwierigkeiten der mechanischen Gesetze entgehen können. Wenn wir annehmen, daß alle Körper elektrische Ladungen besitzen — was schon wegen ihrem optischen Verhalten sehr plausibel erscheint —, dann können wir die Frage, auf welche Weise die Bewegung, die bis zu diesem Augenblicke stattgefunden hat, die zukünftige Bewegung beeinflussen kann, folgendermaßen beantworten: die vergangene Bewegung besteht jetzt noch dadurch, daß sie sich in einem jetzt bestehenden modifizierten Zustand des Mediums offenbart. Ebenso wie der Einfluß des Kanonenschusses in der Form von Luftschwingungen noch fortbesteht und diese erst später mein Ohr erreichen und hier die Wahrnehmung des Schalles hervorbringen, so besteht auch der Einfluß der früheren Bewegung im elektromagnetischen Kraftfeld weiter, und das Feld kann nun seinerseits auf die spätere Bewegung der Körper Einfluß ausüben.

Scheinbar besteht ein Unterschied zwischen diesen zwei Fällen. Bei dem Beispiele des Kanonenschusses liegt eine beträchtliche Entfernung zwischen dem Ort, wo das Geräusch hervorgebracht wird, und dem Orte, wo es wahrgenommen wird, und die Fortpflanzung des Geräusches über diese Entfernung kann von dem Zeitunterschiede zwischen Ursache und Wirkung Rechenschaft geben. Das Trägheitsgesetz gilt aber für einen einzelnen Körper, dessen Weiterbewegung erklärt werden soll. Scheinbar ist also hier von keiner Fortpflanzung die Rede. Doch ist dieser Unterschied nicht wesentlich: das kleinste System, das wir uns in Bewegung denken können — und als solches betrachten wir gegenwärtig das Elektron —, hat doch noch immer eine gewisse Größe; die verschiedenen Punkte davon haben einen gewissen Abstand, und die Kraftwirkung, die von einem Punkte desselben ausgeht, wird in einem andern Punkte etwas, wenn auch noch so wenig, später empfunden. Und dieser Zeitunterschied ist genügend, um Rechenschaft davon zu geben, wie die frühere Bewegung auf die spätere Einfluß haben kann.

Die Antwort, die wir auf die Frage von Sturm geben würden, kann folgendermaßen formuliert werden: Die eigentliche „vis viva" in dem Sinne, den Leibniz dem Worte zuschrieb, nämlich als dasjenige, was ein bewegtes System von einem ruhenden unterscheidet, und was die Bewegung aufrecht erhält, ist das magnetische und das durch die Bewegung veränderte elektrische Kraftfeld.

Nehmen wir nun noch an, daß die Elektronen keine Masse im mechanischen Sinne besitzen, sondern nur die sogenannte elektromagnetische Masse, die eben eine Folge des Kraftfeldes ist, und denken wir uns die Moleküle aus solchen positiven und negativen Elektronen aufgebaut, so daß im ganzen in der Natur keine mechanische Masse vorkommt, dann haben wir uns ein Weltbild — das sogenannte elektromagnetische Weltbild — geformt, für das die Bedenken, die wir gegen das mechanische Weltbild vorgebracht haben, nicht gelten.

Unsere Bedenken gegen die Prinzipien der Mechanik, wie sie gewöhnlich formuliert werden, bestanden ja darin, daß die Kräfte dabei benutzt werden, um die Beschleunigungen zu bestimmen; infolgedessen werden die Geschwin-

digkeiten als unabhängige, primäre, gegebene Größen eingeführt. Wird nun die Masse gleich Null gesetzt, so fällt aus der Gleichung: Kraft gleich Masse mal Beschleunigung auch die Beschleunigung weg. Aus den übrig bleibenden Gleichungen kann man, wenn das Kraftfeld gegeben ist, die Geschwindigkeiten berechnen[1]). Dieses Kraftfeld aber ist wieder von der früheren Bewegung des Elektrons abhängig. Das ist alles, wie wir in einer rationellen Dynamik erwarten.

Auf Grund des Gesagten glaube ich annehmen zu dürfen, daß die mechanischen Gesetze nicht die fundamentalsten Naturgesetze sind, sondern daß sie vielmehr eine Erklärung mit Hilfe von anderen fundamentaleren Gesetzen erfordern, und daß die Elektronentheorie imstande ist, die Erklärung auf befriedigende Weise zu geben. Damit ist aber noch nicht gesagt, daß die Erklärung auch die richtige sei. Eine nähere, sowohl experimentelle als theoretische Untersuchung wird nötig sein, um zu erfahren, ob das wirkliche Verhalten der Körper mit dem Verhalten von Körpern, die ausschließlich elektromagnetische Masse besitzen, übereinstimmt. Zeigt sich, daß dies nicht der Fall ist, dann ist die Erklärung natürlich zu verwerfen. Ich meine aber, daß wir trotzdem nicht zu dem „mechanischen Weltbilde" zurückkehren sollen, sondern daß auch dann die Aufgabe bestehen bleibt, eine Erklärung des Trägheitsgesetzes mit Hilfe von elementareren Gesetzen zu finden.

1) Daß dieses so ist, zeigt sich besonders deutlich in der Sommerfeldschen Theorie der Dynamik des Elektrons und in den Betrachtungen von P. Hertz über unstetige Bewegungen. Es zeigte sich nicht in der Abrahamschen Theorie für die quasistationäre Bewegung.

Eine wichtige Folge des Faktums, daß die Geschwindigkeit des Elektrons nicht als unabhängig veränderliche Größe zu betrachten ist (wie in der Mechanik), habe ich Proc. Acad. of Amsterdam, January 1909, angegeben.

(Aus dem Holländischen übersetzt von Hilde Barkhausen.)

(Eingegangen 29. April 1911.)

Einige Bemerkungen über das Erdbeben vom 3.—4. Januar 1911.

Von Elmar Rosenthal.

Von der Entstehung eines tektonischen Erdbebens macht man sich gewöhnlich folgende Vorstellung. An einer bestimmten Stelle der Erdkruste bildet sich eine bis zur Grenze der Bruchfestigkeit gehende Spannung. Sobald die Spannung jene Grenze erreicht, wozu unter Umständen äußere Ursachen (Luftdruckänderungen, Niederschläge, Massentransporte) beitragen könnten, erfolgt der Bruch oder die Verschiebung, und diese ist häufig nicht auf einen Punkt oder eine kleine kreisförmige Fläche beschränkt, sondern kann längs einer Linie von bedeutender Länge erfolgen. Bei dem San-Franzisco-Beben z. B. (18. April 1906) wurden die Erdschichten längs einer 435 km langen Linie horizontal um einige Meter gegeneinander verschoben. Ähnliche Fälle sind wahrscheinlich sehr häufig.

Es ist nun zum mindesten unwahrscheinlich, daß die Verschiebung und damit der Beginn der seismischen Erschütterung an allen Punkten einer solchen „Herdlinie" genau gleichzeitig erfolgt. Man wird vielmehr annehmen müssen, daß die Verschiebung in irgendeinem Punkte A beginnt und sich von dort über die ganze Linie mit der Geschwindigkeit elastischer Wellen verbreitet. Vom Punkte A gehen im Moment der Verschiebung Erdbebenwellen aus; etwas später entstehen nacheinander solche auch in den übrigen Punkten der Herdlinie und überlagern die ersteren. Man wird sich dabei vorstellen müssen, daß die kleinen Zusatzspannungen, die durch die von A ausgehenden elastischen Wellen verursacht werden, gerade hinreichen, um die an der Herdlinie schon bestehende Spannung auf den der Bruchfestigkeit entsprechenden Betrag zu vergrößern.

Es ist nun sehr wohl möglich, daß im Punkte A ein relatives Minimum von Bruchfestigkeit und entsprechender Spannung besteht, in einem anderen Punkte B der Herdlinie aber ein relatives Maximum. In diesem Falle wird die Amplitude der von A ausgehenden Erdbebenwellen relativ klein, dagegen die Amplitude der von B ausgehenden Wellen relativ groß sein. Man wird bei genügender Entfernung zwischen A und B auf einer seismischen Station zunächst sehr kleine Amplituden (e = emersio nach der Göttinger Bezeichnung) registrieren, eine kurze Zeit später aber ein plötzliches Anwachsen (i = impetus) derselben bemerken.

Dieser Fall scheint bei dem im Titel genannten Beben vom 3.—4. Januar 1911 vorgekommen zu sein. Auf den zurzeit in meinen Händen befindlichen Seismogrammen lassen sich zu Beginn des ersten Vorläufers ganz deutlich der erste Anfang P_e und etwa 20 Sek. später P_i unterscheiden. In anderen mir zugänglichen Bebenberichten wird der Anfang gleichfalls mit P_e bezeichnet, was bei der ungewöhnlichen Stärke dieses Bebens entschieden auffallend ist.

Die in Rede stehende Erscheinung erklärt sich leicht aus der soeben dargelegten Annahme: P_e würde dem oben mit A bezeichneten Punkte entsprechen, P_i dem Punkte B. Es ist dabei selbstverständlich durchaus nicht notwen-

dig, daß die Punkte A und B den Endpunkten der Herdlinie entsprechen, wohl aber ist dies im allgemeinen nicht unwahrscheinlich, da ja die Endpunkte der Herdlinie durch maximale Bruchfestigkeit oder minimale Spannung gegeben sind.

Die relative Lage der Punkte A und B kann wie folgt berechnet werden. Es sei T_1 die Eintrittszeit des Bruches im Punkte A, T_2 die Zeit im Punkte B; Δ_1 und Δ_2 seien die entsprechenden sphärischen Entfernungen bis zur seismischen Station und $f(\Delta)$ die Laufzeit. Dann hat man

$$T_2 - T_1 + f(\Delta_2) - f(\Delta_1) = P_i - P_e$$

oder wenn $T_2 - T_1 = z$, $P_i - P_e = dt$ gesetzt wird, in erster Annäherung:

$$z + d\Delta \cdot f'(\Delta) = dt.$$

Setzt man ferner $d\varphi = x$ und $d\lambda \cos\varphi = y$, wo $d\varphi$ und $d\lambda$ die Breiten- und Längendifferenz zwischen A und B bezeichnen, und nennt das Azimut der Station vom Punkte A gesehen a, so hat man:

$$z - x \cos a\, f'(\Delta) + y \sin a\, f'(\Delta) = dt.$$

Jede seismische Station liefert eine solche Gleichung. Zur Berechnung benutze ich: 1. eine Kopie des Seismogramms aus Pulkowa[1]), 2. eine photographische Kopie des Seismogramms aus Wien, 3. das Originalseismogramm aus Ottawa. Die mir außerdem vorliegende Kopie des Seismogramms aus Florenz-Ximeniano zeigt dieselbe Eigentümlichkeit wie die übrigen Seismogramme, indessen sind die Zeitangaben auf demselben zu lückenhaft, um mir eine einigermaßen sichere Bestimmung von P_e und P_i zu erlauben. Den Herren Fürst B. Galitzin, Direktor Trabert, Direktor Klotz und Pater Alfani sei an dieser Stelle für freundliche Übersendung der genannten Dokumente mein wärmster Dank ausgesprochen.

Ich finde:

	Pulkowa	Wien[2])	Ottawa
P_e:	$23^h\ 32^m\ 16^s$	$23^h\ 33^m\ 41^s$	$23^h\ 38^m\ 34^s$
P_i:	36^s	59^s	58^s

Nach der von Fürst Galitzin[3]) mitgeteilten Isoseistenkarte nehme ich für den Punkt A die mittleren Werte: $\varphi = 43^0$, $\lambda = 77^0\ E$ an, und für $f(\Delta)$ benutze ich die von Zöppritz[4]) berechneten Werte. Dann ergibt die Auflösung der oben aufgestellten Gleichungen:

$$d\varphi = -0{,}4^0,\quad d\lambda = -1{,}5^0,$$

so daß sich also die Herdlinie AB vom Ausgangspunkt 130 km weit nach SW 65° erstreckt. Die Galitzinsche Karte gibt dem epizentralen Teil des Schüttergebiets gleichfalls die Form einer Linie, die nach SW 80° gerichtet und 160 km lang ist.

Die Zeitdifferenz z ergibt sich zu 23^s. Die Entfernung AB wurde also mit einer Geschwindigkeit $v = 6^1/_2$ km/sek. durchmessen. Selbstverständlich gibt diese Berechnung nur die Horizontalprojektion von AB; die beiden Punkte können ja in verschiedenen Tiefen liegen. Der wahre Wert von v könnte durch diesen Umstand vergrößert werden.

Die mitgeteilte Rechnung kann nur den Wert einer ersten Orientierung beanspruchen. Es ist ja zu bedenken, daß die Lage von AB nur durch die Differenzen dt-z bestimmt wird, die nur wenige Sekunden betragen. Etwas mehr Sicherheit würde das Resultat durch Benutzung einer größeren Zahl von Stationen gewinnen und ich würde den Herren Fachkollegen für freundliche Mitteilung der von ihnen beobachteten Werte P_e und P_i sehr dankbar sein. Eine weitere Kontrolle würde auch die Benutzung des zweiten Vorläufers bieten, doch ist hier die Identifizierung der zu A und B gehörigen Werte wohl mit zu viel Willkür behaftet.

Warschau, Universität, 12. April 1911.

(Eingegangen 20. April 1911.)

1) Aus der Arbeit: Fürst B. Galitzin: Das Erdbeben vom 3.—4. Januar 1911. Bull. Acad. St.-Pétersbourg 1911, S. 127—136.

2) Mittel aus „Wiech. Pendel" Vert. Komp. und Horiz. Komp. N.-S.

3) l. c., Fig. 2.

4) E. Wiechert und K. Zöppritz, Über Erdbebenwellen. Nachr. K. Ges. Göttingen 1907.

Der Freiballon als Empfangsstation für drahtlose Telegraphie.

Von Paul Ludewig.

Die sich in der letzten Zeit im Freiballonsport häufenden Unglücksfälle haben durch Herrn Geheimrat Aßmann[1]), dem Direktor des Königl. Preuß. Aeronautischen Observatoriums zu Lindenberg, zu einer Organisation geführt, die eine große Anzahl von Pilotballonaufstiegen, die an verschiedenen über ganz Mitteldeutschland verteilten Orten täglich gemacht werden, in Wetterkarten zusammenfaßt und Warnungen an die Luftschiffervereine weitergibt. Es geht das Bestreben dahin, von einer in Lindenberg zu errichtenden großen Station für drahtlose Telegraphie direkt mittels elektrischer Wellen an die in Fahrt befindlichen Luftschiffe die Wetteraussichten zu übermitteln.

Über den Bau der drahtlosen Stationen in den lenkbaren Luftschiffen ist nur sehr wenig veröffentlicht, da es sich hier meist um militärische Geheimnisse handelt. Ob Versuche

1) Deutsche Zeitschrift für Luftschiffahrt J. A. M., 14. Dez. 1910.

auch mit Freiballonen gemacht sind, ist nirgends verzeichnet. Es sei daher vergönnt, in Kürze von den Versuchen zu berichten, die der Verfasser im Anfang dieses Jahres mit Unterstützung des Frankfurter Vereins für Luftschifffahrt in dieser Richtung gemacht hat. Dabei war beabsichtigt, mit möglichst einfacher und leichter Apparateanordnung die von einer Landstation für drahtlose Telegraphie ausgesandten Wellen aufzufangen.

Das Neue des Problems lag in der Anordnung der Antenne, die aus zwei Teilen zu

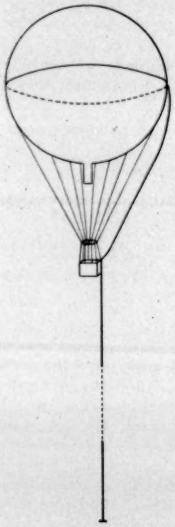


Fig. 1.

gestalten war, zwischen denen die Empfangsapparate eingeschaltet werden mußten. Als Empfangsapparate selbst standen die in der Praxis seit langem eingeführten Empfänger zur Wahl.

Es wurde folgendermaßen verfahren: Nachdem der Ballon halb gefüllt war, wurde in Höhe des Äquators rings um den Ballon ein Draht in die Maschen des Netzes verflochten, dessen eines Ende nach dem Hochlassen des Ballons zum Korb geführt wurde. Dieser Drahtteil diente als obere Antennenhälfte. Als untere wurde nach der Abfahrt des Ballons vom Korb aus ein unten beschwerter Draht heruntergelassen. Die Antenne hatte also im gebrauchsfertigen Zustande die Gestalt der Fig. 1.

Da der Zweck der Versuche war, festzustellen, mit wie einfachen Mitteln die Übertragung möglich sei, wurde auch eine sehr einfache Empfangsschaltung gewählt. Als Empfänger diente die Schlömilchzelle, die, um platzraubende Apparatur zu vermeiden, direkt in die Antenne (vergl. Fig. 2) eingeschaltet wurde. Bei dieser Anordnung ist naturgemäß eine genaue Abstimmung nicht möglich. Sie wurde auf die Wellenlänge von 500 m der Gebestation dadurch annähernd erreicht, daß der vom Korb herabhängende Draht 125 m lang, also gleich $\frac{\lambda}{4}$ gemacht wurde.

Mit der Wahl dieser relativ primitiven Empfangsanordnung war auch die Frage entschie-

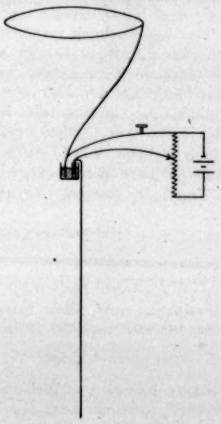


Fig. 2.

den, ob man von der Sendestation gedämpfte oder ungedämpfte Wellen geben sollte. Die geringe Abstimmungsfähigkeit der Empfangsstation machte die erste Art notwendig. Es wurden also in der als Sendestation dienenden ca. 30 m hohen T-Antenne des Elektrotechnischen Institutes des Physikalischen Vereins zu Frankfurt am Main nach der Braunschen Methode bei starker Kopplung stark gedämpfte Schwingungen erregt.

Bei einer ersten Fahrt am 12. März dieses Jahres mit dem Ballon Tilli II des Frankfurter Vereins für Luftschiffahrt gab die Station zwei Stunden lang Zeichen, die gut verstanden wurden. In dieser Zeit legte der Ballon die Strecke von ca. 50 km zurück und erreichte dabei eine

größte Höhe von ca. 600 m über dem Boden. In dieser Höhe schienen die Zeichen ein wenig an Stärke zu verlieren.

Bei einer zweiten Fahrt am 23. März 1911 stiegen 3 Ballons des Frankfurter Vereins je mit einer Empfangsstation ausgerüstet auf. Es hatten die Stationen von Göttingen, Darmstadt, Karlsruhe und Frankfurt ihre Beteiligung zugesagt. Die Stationen Göttingen, Karlsruhe und Darmstadt gaben mit Tonfunken und Stoßerregung, Frankfurt nach der Braunschen Methode mit 50periodischen Funken. Die Zeichen von Frankfurt und Darmstadt wurden gut gehört, was bezüglich der letzteren Station auf gute Abstimmung der Ballonstation schließen läßt.

Göttingen und Karlsruhe blieben unverständlich. Während der Zeit, zu der Göttingen geben sollte, trafen Zeichen mit 50periodischen Funken ein, und zwar wurde ein (nicht verstandener) Text sehr schnell gegeben. Wie sich nachträglich durch Anfrage bei den in der Nähe befindlichen Stationen herausstellte, wurden diese Zeichen von dem zu der Zeit übenden Telegraphenbataillon in Coblenz (die Ballons landeten in der Nähe von Coblenz) gegeben.

Bei beiden Fahrten wurde die bei der Abfahrt der Ballons noch nicht vorliegende Wetterkarte des Tages in kurzem Auszug drahtlos übermittelt.

(Eingegangen 16. Mai 1911.

Bemerkung zu einer Bestimmung des Molekulardurchmessers und über minimale optische wirksame Schichtdicke.

Von Joh. Koenigsberger und W. J. Müller.

Die geringste Menge von Bleisuperoxyd, die optisch deutlich wahrnehmbar das Reflexionsvermögen eines Platinspiegels beeinflußt, ist $7{,}8 \cdot 10^{-4}$ mg pro qcm[1]). Diese Menge ist, wie wir ebenfalls optisch nachweisen konnten, gleichförmig verteilt. Sie entspricht einer Schichtdicke von 0,84 $\mu\mu$, da die Dichte, wie ebenfalls optisch durch Interferenzbeobachtungen gezeigt werden konnte, schon bei sehr geringen Dicken gleich der normalen des Bleisuperoxyds, = 9,3, ist.

Damals konnten wir nur angeben, daß dies der Minimalwert für eine derartige Schicht und, da diese als zusammenhängend nachgewiesen wurde, der Maximalwert für den Molekulardurchmesser ist. Seitdem hat man aber auf verschiedenem Wege experimentell und theoretisch die Zahl der Moleküle N in 1 ccm Gas bei 0° und 760 mm genau ermittelt. Die Untersuchungen von Planck, Lorentz, Rutherford, Perrin, Millikan u. a. ergeben ziemlich übereinstimmend $N = 2{,}77 \cdot 10^{19}$ mit einem Fehler von etwa + 10 Proz und für ein Grammolekül $= 6{,}17 \cdot 10^{23}$. Hieraus berechnet sich einwandfrei die Masse einer Schicht von Moleküldicke der Formel PbO_2 zu $3{,}2 \cdot 10^{-4}$ mg, also etwa die Hälfte des von uns damals gefundenen Wertes. Daher kann man folgern, daß vielleicht das PbO_2-Molekül im festen Zustand Pb_2O_4 entspricht, daß aber jedenfalls eine optisch sicher wahrnehmbare Änderung schon bei einer Schicht von maximal zwei Moleküldicken auftreten kann. Daraus geht hervor, daß das optische Verhalten von Oberflächen unter bestimmten Bedingungen sehr leicht, schon durch die geringste chemische Änderung, beeinflußt werden kann. Dies Ergebnis ist eine Ergänzung zu den indirekt von Rayleigh und Drude gezogenen Folgerungen.

(Eingegangen 22. Mai 1911.)

1) Diese Zeitschr. 6, 847 u. 849, 1905.

Zur Behandlung der Bornschen Starrheitsdefinition.

Erwiderung an Herrn P. Ehrenfest.

Von W. v. Ignatowsky.

Zu der Notiz des Herrn P. Ehrenfest[1]) über meine Arbeit[2]) möchte ich folgendes bemerken. Ich beabsichtigte gar nicht, in derselben den Übergang von Ruhe zur gleichförmigen Rotation eines Zylinders zu erklären. Meine diesbezügliche Bemerkung, die Herr P. Ehrenfest beanstandet[3]) und die ich zurückgenommen habe[4]), hatte mit dem Hauptzweck meiner Arbeit nichts zu tun und sollte auch nicht als ein Resultat derselben aufgefaßt werden. Was meine Bemerkung in bezug auf geradlinige Translation anbelangt, auf die mich Herr F. Noether aufmerksam machte und die ich berichtigt habe[5]), so beruhte dieselbe auf einem Mißverständnis meinerseits, da man eben unter einer krummlinigen Translation in der Relativitätstheorie etwas anderes zu verstehen hat, als in der gewöhnlichen Mechanik, wie ich das in meiner Bemerkung hervorgehoben habe[5]). Da diese Fragen somit erledigt waren, so wundert es mich deshalb sehr, daß Herr P. Ehrenfest noch einmal darauf zurückkommt.

Der Hauptzweck meiner Arbeit[6]) war die elementare Ableitung der Bornschen Starrheits-

1) Diese Zeitschr. **12**, 412, 1911.
2) Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910.
3) Diese Zeitschr. **11**, 1127, 1910.
4) Diese Zeitschr. **12**, 164, 1911.
5) Ann. d. Phys. **34**, 373, 1911.
6) Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910.

bedingung, zugleich wollte ich die Bedeutung der synchronen Messungen hervorheben. Denn wenn wir ein beliebiges bewegtes Volumenelement messend verfolgen, so können wir uns in bezug auf dasselbe ein Urteil in jedem Moment nur dadurch bilden, daß wir es synchron messen. Diesbezüglich möchte ich noch auf einen Artikel[1]) von mir hinweisen, in welchem die Beziehungen zwischen Linien-, Flächen- und Volumenelementen, synchron gemessen von verschiedenen Koordinatensystemen aus, abgeleitet sind.

Nun noch ein paar Worte in bezug auf die Überlichtgeschwindigkeit. Aus dem Beispiel in § 6 meiner Arbeit[2]) folgt, daß der Knick sich mit Überlichtgeschwindigkeit bewegt. Dasselbe Beispiel habe ich in meinem Königsberger Vortrag angegeben[3]), aber nie diesen Fall als Signalisierung bezeichnet[4]). Eine solche Bezeichnung schiebt mir Herr P. Ehrenfest ganz fälschlich zu. Was die Existenz einer solchen Geschwindigkeit überhaupt anbelangt, so irrt sich Herr P. Ehrenfest, wenn er dieselbe abstreitet[1]). Denn was in einem System als gleichzeitig erscheint, wird dies nicht in einem anderen System sein. Wenn wir in einem bewegten System den mitbewegten Stab gleichzeitig (für das bewegte System) heben, so wird für den ruhenden Beobachter dies nicht gleichzeitig geschehen. Daher der Knick usw. Kein substantieller Punkt bewegt sich hierbei mit Überlichtgeschwindigkeit. Im übrigen kann sich der Knick nur nach einer Richtung bewegen. Eine Anwendung[2]) hiervon habe ich gemacht, um das Beispiel des Herrn V. Varičak[3]) mit der Pause zu erklären.

Ich halte infolge des oben Gesagten alle Fragen für erledigt und sehe mich veranlaßt, wegen dem Ton, den Herr P. Ehrenfest mir gegenüber einnimmt, auf jede weitere Diskussion zu verzichten.

1) Archiv für Mathematik und Physik **17**, 1, 1911 **18**, 17, 1911.
2) Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910.
3) Diese Zeitschr. **11**, 972, 1910.
4) Siehe die Diskussionen zum obigen Vortrag, S. 975.

1) Diese Zeitschr. **12**, 412, 1911.
2) Diese Zeitschr. **12**, 414, 1911. Ich möchte hier gleich einen Druckfehler korrigieren. In der zweiten Spalte, Zeile 15 von oben, muß es statt der Stab, der Streifen heißen.
3) Diese Zeitschr. **12**, 168, 1911.

Berlin, den 28. Mai 1911.

(Eingegangen 30. Mai 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Max Leo, Die Anlauffarben. Eine neue Methode zur Untersuchung opaker Erze und Erzgemenge. gr. 8. 74 S. mit 1 Dreifarbendrucktafel und 1 Tabelle. Dresden, Th. Steinkopff. 1911. M. 2.—

Die Anlauffarben sind Interferenzfarben, abhängig von der Dicke und Lichtbrechung der Anlaufschicht, aber auch von deren Absorptionsvermögen, sowie von der Farbe des Untergrundes. Diese Anlaufschichten bedeuten wohl vielfach, wie schon Frankenheim vermutete (1835), regelmäßige Kristallverwachsungen. Verf. bewerkstelligte nun auch künstliche Anfärbung bei Zimmer- oder bei erhöhter Temperatur durch Lösungen von $KBrO_3$, $AgNO_3$, $CuSO_4$, KCN, $K_4Fe(CN)_6 + HCl$, $AuCl_3$ oder auch durch elektrolytisches Anfärben (mit *Cu*-, *Ni*-, *Co*- oder *Ag*-Salzlösungen), wofür Verf. besondere sinnreiche Verfahren ausgebildet hat. Die Anlaufschicht läßt sich allermeist leicht und glatt ablösen, und entspricht daher einer Art Wachstum, nur die Amalgamierung bei Metallniederschlag auf metallischer Kathode bedeutet eine Art Auflösung letzterer; nach Bäckström (1888) muß zwischen zwei Kristallflächen von verschiedener Lösungsgeschwindigkeit eine elektrische Potentialdifferenz entstehen, die bei Gegenwart eines Elektrolyten einen Strom erzeugt; das gleiche ist bei Flächen von verschiedener Wachstumsgeschwindigkeit zu erwarten. Verf. untersuchte Kiese sowie Gemenge von solchen; verschiedene Arten färben sich auch verschieden; schon Hausmann fand (1848), daß Kupferkies und Buntkupfererz beim Erhitzen ihre Anlauffarbe verschieden schnell ändern. Auch ungleichwertige Flächen des gleichen Materials färbten sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten; trägt man letztere auf den Flächennormalen auf, so bestimmen die Endpunkte die „Färbungsfläche". Horbachit lieferte auf ebener Fläche ungleichmäßigen Anlauf und verriet sich durch die Arten der Anfärbung als Gemenge von Magnetkies, *Ni*-haltigem Schwefelkies und *Ni*-Linneit, den Verf. als Pentlandit bezeichnet. Im Magnetkies fanden sich stets kleine Pyriteinschlüsse, was schon Groth infolge des *S*-Überschusses der Magnetkiese vermutete. Spaltungsflächen färben sich am langsamsten. Am Bleiglanz und am Pyrit färbt sich Oktaederfläche schneller als Würfelfläche; thermoelektrisch positiver Pyrit färbt sich schneller als negativer (Referent vermutet, daß man letzteres ebenso wie die elektrische Potentialdifferenz auf kleine chemische Unterschiede zurückzuführen hat, wofür wohl auch die von Liebisch kürzlich am Zinnstein gemachten Beobachtungen sprechen).

Zum Schlusse möchte ich auf einige Irrtümer des übrigens recht anregenden Büchleins hinweisen. Verf. behauptet, daß im Zinksulfat-Heptahydrat ein Molekül H_2O durch ein Molekül K_2SO_4 oder $(NH_4)_2SO_4$ ersetzt werden könne. Warum nicht? aber nicht unter Erhaltung der Kristallform! — Verf. meint, im regulären System seien linke und rechte Formen „wenigstens nach der Sohnckeschen Strukturtheorie" nur in der plagiedrischen Hemiedrie und in der Tetartoedrie möglich. Diese Möglichkeit hängt jedoch nicht von der hypothetischen Struktur, sondern lediglich von der tatsächlichen Symmetrie ab! — Verf. sagt, infolge der ikositetraedrischen Kristallform des

Bornit müßten dessen Wachstumsgeschwindigkeiten in verschiedenen Richtungen eine so geringe Verschiedenheit haben, daß die „Färbungsfläche" (s. oben) nur wenig von der Kugelfläche abweichen könnte, falls seine Ansicht richtig sei, daß Richtung größter Wachstumsgeschwindigkeit und Richtung größter Färbungsgeschwindigkeit „korrespondieren". Von diesem (hypothetischen) Zusammenfallen der Richtungen ist aber doch das Größenverhältnis von Maximum und Minimum, und daher auch die Gestalt der Färbungsfläche ganz unabhängig. Überdies läßt sich aus der ikositetraedrischen Form des Bornit für die Wachstumsgeschwindigkeiten nicht realisierter Flächen zwar eine untere, nicht aber eine obere Grenze ableiten (vergl. A. Johnsen, „Wachstum und Auflösung der Kristalle", Leipzig 1910); auch wird die Hypothese über das Zusammenfallen der Richtungen von Wachstumsmaximum und Färbungsmaximum sich nicht halten lassen, da sich beide Vorgänge nicht in derselben Lösung abspielen, und beide mit der Beschaffenheit der Lösungen variieren, derart, daß sich nicht nur die Größe, sondern auch die Richtung des Maximums ändert. Statt Lösungsgeschwindigkeit sagt Verf. „Löslichkeit", worunter man jedoch gewöhnlich „Sättigungskonzentration" versteht. — Beim Studium der Literatur über regelmäßige Kristallverwachsungen ist dem Verf. die wichtige Arbeit von O. Mügge (Neues Jahrb. f. Mineral., Blge.-Bd. **16**, 335, 1903) entgangen. Johnsen.

Tagesereignisse.

Preisaufgaben der Fürstl. Jablonowskischen Gesellschaft für die Jahre 1911–1913. 1. Für das Jahr 1911: Es soll die Theorie des Regenbogens gefördert und insbesondere der Verteilungszustand des Lichtes mit anzugebender Genauigkeit für eine Kugel mit beliebigem Durchmesser bestimmt werden, der aber so klein sei, daß er nur wenige oder gar keine Beugungsstreifen ermöglicht, und zugleich so groß, daß er nicht gegenüber der Lichtwellenlänge vernachlässigt werden darf. 2. Für das Jahr 1913: Wie lautet in der Theorie des Newtonschen Potentials, für das durch die Methode der reziproken Radien aus dem Ellipsoid entstehende Ovaloid derjenige Satz, der dem C. Neumannschen Satze (Abh. d. K. S. Ges. d. Wiss. 1909) analog ist.

Der Preis für jede gekrönte Abhandlung beträgt M. 1500.—.

Der Jahresbericht, der ausführlichere Mitteilungen über die gestellten Preisaufgaben enthält, ist durch den Sekretär der Gesellschaft (für das Jahr 1911 Geh. Hofrat Professor Dr. Bücher, Leipzig, Auenstr. 2, II) zu beziehen.

Radioaktivität menschlicher Organe. Im Heidelberger Institut für Krebsforschung sind von Dr. Albert Caan interessante Versuche angestellt worden, welche die Radioaktivität menschlicher Organe festgestellt haben. Das Ergebnis der Untersuchung solcher Organe, die niemals mit Radium in Berührung gekommen waren, in bezug auf ihre Radioaktivität zeigte das Vorhandensein einer Substanz, welche die Fähigkeit besitzt, die Luft für Elektrizität leitend zu machen. Ob diese Substanz identisch mit Radium ist, dafür fehlt, wie Dr. Caan in einer der Heidelberger Akademie der Wissenschaften vorgelegten Abhandlung ausführt, zunächst der sichere Nachweis. Daß es sich jedoch um eine radioaktive Substanz zu handeln scheint, dafür spricht, nach den bisherigen Ergebnissen, die Eigenschaft der Substanz, das normalerweise vorhandene Isoliervermögen der Luft in mehr oder minder hohem Grade aufzuheben. Außerdem zeigten einige Organe sowohl im Rohzustande wie auch nach der Veraschung eine Beeinflussung der photographischen Platte. Für die Herkunft dieser radioaktiven Substanz gibt es zwei Erklärungen: ihre Aufnahme mittels fester Nahrung oder Getränken — gibt es doch an vielen Orten radioaktive Trinkwässer — oder die Absorption der durch den Atmungsprozeß in die Blutbahn gebrachten radioaktiven Emanation.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Leipzig Dr. Robert König für Mathematik, an der Böhmischen Technischen Hochschule Prag Dr. Bydzowsky für Mathematik, an der Technischen Hochschule Berlin Dr. W. v. Ignatowsky für Theoretische Physik und Mechanik.

Ernannt: Der a. o. Professor an der Deutschen Universität Prag Dr. Samuel Oppenheim zum ord. Professor der Astronomie an der Universität Wien, der Privatdozent an der Universität Genf Dr. M. Blanchard zum a. o. Professor für Mathematik an der Universität Freiburg i. Schw., Dr. Ing. Karl Vollmer in Ludwigshafen zum a. o. Professor für technische Physik an der Universität Jena, Professor der Mathematik am Wellesley College Miss Ellen Fitz Pendleton zum Präsidenten dieses Instituts, der Professor der Elektrotechnik an der Columbia-Universität Dr. Michael L. Pupin zum Direktor der Phoenix-Research Laboratories, somit zum Leiter der Untersuchungen im Gebiete der Physik.

Verliehen: Dem Dozenten für physikalische Metallurgie an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Max Levin der Titel Professor.

Berufen: Der a. o. Professor an der Universität Kiel Dr. Heinrich Biltz zum ord. Professor der Chemie an der Universität Breslau.

Gestorben: Der Professor der Chemie am Technischen Institut „G. Sommeiller" Decio Bizzari in Turin, der Chemiker (und Schriftsteller auf kolloidchemischem Gebiete) Dr. S. J. Levites in St. Petersburg, der a. o. Professor der Mathematik an der Deutschen Universität Prag Dr. Josef Grünwald, der ord. Professor der Chemie an der Universität Graz Dr. Hugo Schrötter.

Gesuche.

Das **Kaiserliche Telegraphen-Versuchsamt Berlin W. 9,** Königgrätzerstr. 20 **sucht** zum **15. August** einen

Promovierten Physiker

für wissenschaftlich-technische Laboratoriumsarbeiten. Vergütung anfangs 150 M. monatlich.

Für unser

Hochspannungs-Laboratorium

suchen wir akademisch gebildeten **Ingenieur** zu sofortigem Antritt.

Bewerbungen mit Lebenslauf und Gehaltsansprüchen etc. unter **„Personalia"** an **Siemens-Schuckertwerke G. m. b. H. Kabelwerk, Nonnendamm-Berlin.**

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.